

110

1 次の式を計算しなさい (できるだけ簡単にすること。複数個ある場合にはそれらを全て求めること)。

$5 \times 8 = 40$

(1) $(2+i)(3-2i)$

(2) $\text{Im} \frac{1-i}{(1+i)^2}$

(3) $\left| \overline{(4-3i)}(1+i)^2(2+3i) \right|$

(4) $(1+i)^{30}$

(5) $\text{Log}(-1+\sqrt{3}i)$

(6) $(1-i)^i$

(7) $1+i+i^2+\dots+i^{10}$

(8) $\sin\left(\frac{\pi}{4}+i\right)$

2 次の式を満たす z の範囲を複素数平面上に図示しなさい。

(1) $|z-i| < 1$

(2) $\frac{\pi}{6} \leq \arg z < \frac{\pi}{4}$

$5 \times 3 = 15$

(3) $(|z+i|-2)(|z-i|-2) < 0$

要訂正

3 次の方程式を満たす z を求めなさい。

(1) $z^5 = 1+i$

5

(2) $e^z = -1+i$

5

20

(3) $\sin z = \sqrt{2}i$

10

4 次の問いに答えなさい。

(証明)

(1) $w = u + iv$ とするとき、コーシー・リーマンの式を示しなさい。

5

(2) 次の関数が正則であるかを判定し、正則ならば正則である範囲を求めなさい。

(a) $z^3 + iz^2$

(b) e^{iz}

(c) $z\bar{z}$

$5 \times 3 = 15$

5 関数 $u(x,y)$ について、以下の問いに答えなさい。

(1) $u(x,y)$ が調和関数であることを示しなさい。

(2) $u(x,y)$ を実部とする正則関数 $f(z)$ の導関数 df/dz を求めなさい。

(3) (2) の正則関数 $f(z)$ を求めなさい。

$5 \times 3 = 15$

$u(x,y) = x^2 - y^2 + x$