

1 $\frac{d}{dt}u(t-a) = \delta(t-a)$ の関係を用いて、 $\mathcal{L}(\delta(t-a)) = e^{-at}$ となることを示しなさい。ここで、 $u(t), \delta(t)$ はそれぞれ、単位階段関数、デルタ関数である。

2 次の関数 $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)$ を求めなさい (簡単な形にまとめることが望ましい)。

(1) $f(t) = t^2 e^{-at}$

(2) $f(t) = e^{-\mu t} \cosh \lambda t$

(3) $f(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < \lambda) \\ \cos(t-\lambda) & (\lambda \leq t) \end{cases}$

(4) $f(t) = \int_0^t \tau \sin \lambda \tau d\tau$

(5) $f(t) = \int_0^t \tau^2 e^{t-\tau} d\tau$

(6) $f(t) = te^t \sin 2t$

3 次の関数 $F(s)$ のラプラス逆変換 $f(t)$ を求めなさい ((7) は加点問題です)。

(1) $F(s) = \frac{1}{(s-a)^4}$

(2) $F(s) = \frac{e^{-s}}{4s^2 - 1}$

(3) $F(s) = \frac{s+2}{(s-1)(s+3)}$

(4) $F(s) = \frac{s}{s^2 + 8s + 10}$

(5) $F(s) = \frac{1}{s(s^2 + 2)}$

(6) $F(s) = \frac{1}{s^2(s+2)}$

(7) $F(s) = \log\left(\frac{s^2+1}{s^2}\right)$

4 次の微分方程式を、与えられた条件下で、ラプラス変換を用いて解きなさい ($\mathcal{L}(x(t)) = X(s)$)。

(1) $x'' + 2x' + 2 = \delta(t-\pi), \quad x(0) = x'(0) = 0$

(2) $x' - 2x = 5 \cos t, \quad x(0) = a$

表 I	$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F]$	$F(s) = \mathcal{L}[f]$	表 II	$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F]$	$F(s) = \mathcal{L}[f]$
(1)	1	$\frac{1}{s}$	(1)	$\lambda f(t) + \mu g(t)$	$\lambda F(s) + \mu G(s)$
(2)	t	$\frac{1}{s^2}$	(2)	$\frac{1}{\lambda} f\left(\frac{t}{\lambda}\right)$	$\lambda F(\lambda s)$
(3)	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$ (n は自然数)	$\frac{1}{s^n}$	(3)	$U(t-\lambda)f(t-\lambda) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < \lambda) \\ f(t-\lambda) & (t \geq \lambda) \end{cases}$	$e^{-\lambda s} F(s)$
(4)	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$	$\frac{1}{\sqrt{s}}$	(4)	$e^{-\lambda t} f(t)$	$F(s + \lambda)$
(5)	$e^{\lambda t}$	$\frac{1}{s - \lambda}$	(5)	$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} F(s)$
(6)	$\cos \lambda t$	$\frac{s}{s^2 + \lambda^2}$	(6)	$-t f(t)$	$F'(s)$
(7)	$\sin \lambda t$	$\frac{\lambda}{s^2 + \lambda^2}$	(7)	$\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^\infty F(\sigma) d\sigma$

解答用紙

学籍番号 _____ 名前 _____

1

--

2 (過程はあくまで参考資料です)

(1)	(過程)	(2)	(過程)
	$F(s)=$		$F(s)=$
(3)	(過程)	(4)	(過程)
	$F(s)=$		$F(s)=$
(5)	(過程)	(6)	(過程)
	$F(s)=$		$F(s)=$

3 (過程はあくまで参考資料です)

(1)	(過程)	(2)	(過程)
	$f(t)=$		$f(t)=$
(3)	(過程)	(4)	(過程)
	$f(t)=$		$f(t)=$

(5)	(過程)	(6)	(過程)
	f(t)=		f(t)=
(7)	(過程)		
	f(t)=		

4

	X(s) =
(1)	x(t) =
	X(s) =
(2)	f(t) =

--	--