

特集：熱流体の非定常現象

軸流タービン内非定常流に関する最新研究動向

船崎 健一*¹

FUNAZAKI Ken-ichi

キーワード：Unsteady Flow, Turbine, CFD, Rotor-Stator Interaction

1. はじめに

著者は過去にターボ機械内の非定常流に関する解説記事を幾つか報告しており^{(1),(2),(3)}、読者諸兄には「またか？」とお感じになる方もおられるかと思うが、できるだけ最新でかつ重要な情報を収集、分析し、筆者の見解等を交えながら紹介するとともに、ターボ機械内の非定常流研究の意義などを考えてみたい。内容的には、非定常性が軸流タービンの空力性能に与える影響を中心とした解説となるが、伝熱特性への影響についても言及する。なお、先の解説記事と重複する部分が若干あること、指定されたテーマの枠を少々逸脱することがあるかも知れないが、お許し頂きたい。

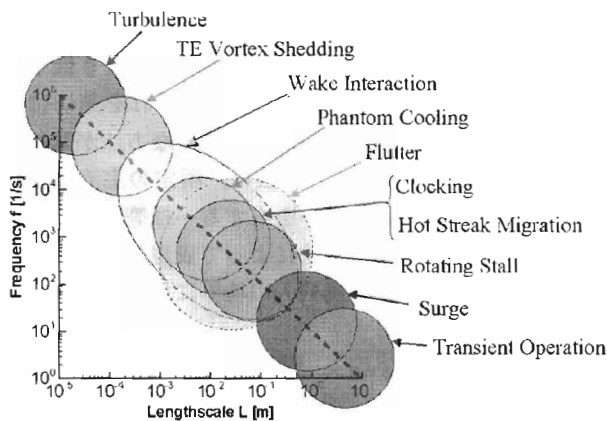


Figure 1 Time and length scales of unsteady flows in turbomachines (Abhari⁽⁴⁾)

2. 非定常流研究の方向性

2.1 非定常性を考えることの意義

ターボ機械内の流れは、図1に示すような様々な時間・空間スケールの非定常性を有しており、それがターボ機械の空力・伝熱特性や構造に対して影響を与えていることについてはある程度の理解が進んでいる。(Abhari⁽⁴⁾)。しかし、その非定常性を設計にどのように反映すべきかについては、非定常現象の時間・空間スケールのオーダーが大きく変化し、それらに影響を受け

る流体現象が多岐にわたることや、非定常性に対してそれらがどのような挙動を示すかについての調査が十分ではないことから、更なる研究の余地が多く残されている。これに加えて、異なるスケールの現象が干渉しあう可能性、例えば、主流乱れが境界層の特性を変化させ、wakeが境界層と干渉する際の受容性を変化させる可能性など、複雑な物理現象を詳細に分析しなければ設計に反映できないような例も少なくない。

とはいえ、今後ターボ機械には、脱炭素社会の実現を目指して更なる高効率化、高負荷化、部分負荷特性の大幅改善や耐環境性向上が求められ、それに対応すべく空力設計上の限界への挑戦が大きな課題となっている。この課題を克服するためには、流れの非定常性が空力性能に与える影響の定量的評価やそれらの知見を設計法へまとめ上げる作業に加え、非定常性を制御するための斬新なアイデアの考案が必要となっている。

2.2 CFDとEFD

ターボ機械内部流はプローブや光学的観測のアクセスが容易ではなく、非定常性も強いことから、高時間・空間解像度での計測は困難である。また、非定常性が効率に与える影響も一般的には二次的なオーダーと考えられていることから、計測器や装置全体の高精度化も必要であり、実験的研究には相当のコスト、時間や経験が必要となる。そのため、非定常流に関する研究のかなりがCFDのみの研究であったり、限られた研究機関での研究例に限られる傾向にある。CFD研究については以下の節でも言及するが、動静翼列のそれぞれの計算領域の接続方法や、任意の翼枚数比に対応するための周方向への境界条件に関する研究^{(5),(6),(7),(8)}が再び増える傾向にある。これは、動静翼列干渉問題を非構造格子や商用コードで取り扱うために必要となる取り組みであり、温故知新的でもあるが興味深い。特に、最大公約数が小さい翼枚数比の場合、動静翼の枚数をどのように調整するかが段解析では重要な作業となるが、回転同期の現象に限れば、位相差を考慮した周期境界は有効な手段であり、こ

原稿受付 2011年2月7日

*1 岩手大学工学部

〒020-8551 盛岡市上田4-3-5

1 偶然にも、Abhariの解説の内容は、流れの非定常性とターボ機械の空力特性との関係に着目している点で、筆者の従来からの主張とかなりの類似性がある。

れらを実装した商用コードがあれば、非定常CFDの精度はもっと向上するであろう。ただし、翼後縁からの渦放出や剥離泡の挙動など、非同期的な現象に対してはこの手法の適用は慎重さが求められる。その場合には、いわゆるGileのTime Inclination法が有望となるが、マッハ数や翼枚数の制約があり、若干の工夫が必要となる。いずれにしても、商用コードの普及とともに、以前はin-houseコードでできた計算が困難になっている面もあり、その点における改良が急がれる。

3. 非定常性を考慮した設計確立への課題

2009年～2010年にかけて、Cambridge大Whittle研究所(出身)の3名の研究者が奇しくもターボ機械の設計にまつわる論文を発表している。これらは過去に発表された内容を分かりやすい形でまとめたものであり、直接「非定常性を考慮したターボ機械の設計法」に言及した論文ではないが、示唆に富んだ内容の論文である^{(9) . (10) . (11) . (12)}。業界の3賢人とも言うべき識者の論文の中から、今回の主題に近い部分を抜き出して、それにまつわる状況を紹介していこう。

3.1 CFDの限界について (Dentonの論文⁽⁹⁾から)

今日のターボ機械の設計にとりCFDは欠くことのできないツールであるが、今後非定常性を設計に考慮した設計法を確立するためにも、CFDは極めて重要な「実験装置」である。数多くの研究論文が発表されていく中で、前述のように、CFDだけに基づく論文数が増えてきている(特に非定常流に関する論文にこの傾向が強い)。この背景にはCFDの成熟と汎用コードの普及があり、一方で、計測に要する技術的、金銭的、時間的ハードルが高くなってきていることの現れでもあろう。そのような状況の中で、Dentonは最新の論文⁽⁹⁾を通じて、自らコードを開発するとともに空力損失発生メカニズムを深く考察した設計にも深く関わってきた立場から、CFD偏重とも言える現在の状況に警鐘を鳴らした、と見ることもできるだろう。

軸流タービンの非定常性と空力損失との相関については、Dentonの論文の中で取り上げられた下記の3点が関係する。

- ① 境界層遷移現象 (wake通過, 主流乱れ)
- ② Mixing Planeの効果
- ③ 翼後縁からの渦放出

これらの現象を題材に、非定常流に関する研究をCFDを通じて行う際の注意点などを、最新の研究成果を織り交ぜながら考えてみることにしよう。

3.1.1 翼面境界層遷移

翼面境界層の遷移はターボ機械の空力性能だけでなく伝熱特性にも大きく影響する現象であり、その予測は極めて重要な課題である。遷移自体は確率的な現象であり、

その予測は容易ではないが、バイパス遷移に関しては、高レイノルズ数条件下である程度以上の速度欠損、乱れ強さを含むwake干渉や主流乱れと境界層との干渉現象であれば、遷移開始位置のばらつきも小さくなる傾向にあり、予測精度も工学的に十分なものが期待できる。実際、Schwarze, Niehuis⁽¹³⁾は、準3次元非定常NS解析によって、移動円柱からのwake通過による高負荷LPタービン翼の境界層遷移現象の予測を試みた(図2)。遷移モデルを実装した解析コードを用いることで、遷移挙動や翼面剥離泡の抑制などを再現できた、と報告している。ただし、詳しく見てみると、円柱からのwakeの乱れ特性やwake間での乱れ度は全く予想できていない。このことは、裏を返すと、wake干渉には乱れ特性は大きくは関与せず、速度変動など非粘性的挙動が支配的であることを物語っている可能性もある(実際、この論文の結論でも、wake通過に関するストローハル数と流量係数が重要なパラメータであると指摘されている)。

主流乱れによる遷移挙動の予測は、現象が確率的なため容易ではなく、原理的にはRANS解析ではほぼ困難であるが、相関に基づく手法が数多く開発され商用コードにも実装されている⁽¹⁴⁾。低レイノルズ数条件下での低圧タービン翼を用いた筆者の経験⁽¹⁵⁾でも、定常流解析であってもこの遷移モデルはかなり機能する。しかし、大規模な剥離を有する流れ場では定常流解析での遷移モデルは全く機能せず、LES解析であっても主流乱れやwakeなどの伴わない場合には予測精度はかなり低下する(図3)。LES解析で上流側での主流乱れを適切に指定する方法は確立していないため、様々な方法が試行されている^{(16) . (17) . (18)}。筆者ら⁽¹⁸⁾の手法は、所定の主流乱れに相当する乱流運動エネルギーを有する一様等方性乱流場をランダムフーリエモード法によって表現し、その空間的に分布する乱流場内を翼列入口境界に相当する面を等

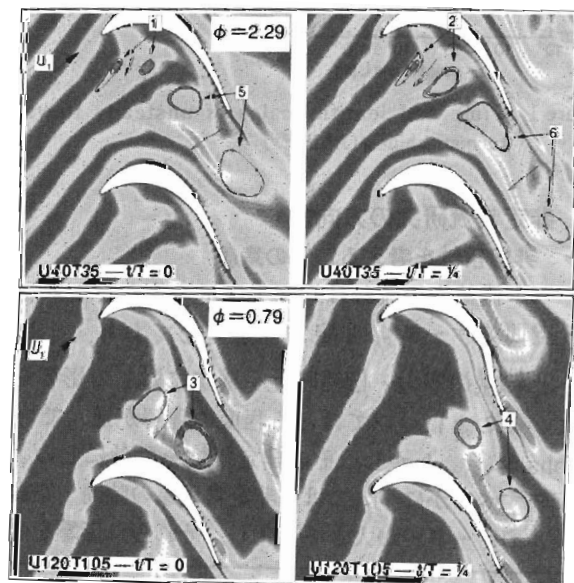


Figure 2 Wake interaction with LPT for two different flow coefficients⁽¹³⁾

速移動させることで、時間変動する乱流速度を与えている（図4）。興味深いことに、このように与えた乱流場での渦度は、流れ場の主たる速度である流れ方向成分によって縦渦状になり、翼面上の流れにもストリーク状の構造が誘発されている。同様な知見は、Wissink, Rodi¹⁹⁾の研究でも報告されている。

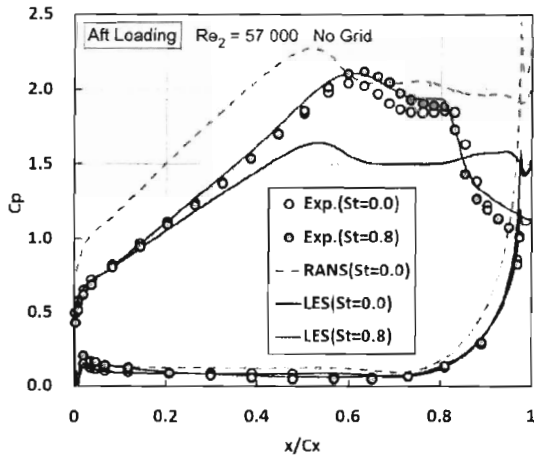


Figure 3 Measured static pressure distributions around an aft-loaded Ultra-High Lift airfoil, in comparison with the various calculations¹⁵⁾

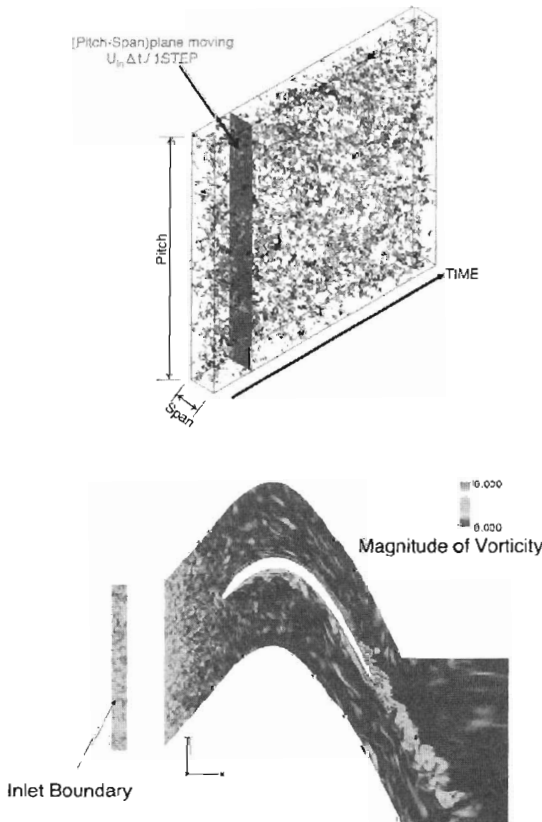


Figure 4 LES analysis with inlet turbulence¹⁸⁾

3.1.2 Mixing Plane

Mixing Planeは多段解析にとって極めて有用な動翼・静翼間の接続技術であり、設計プロセスの中では欠くこ

とができないが、図5に示されるように下流側の翼への不均一かつ非定常な流れ場の効果が無視され、翼面境界層への挙動やwake自体の流路間での挙動が正しく評価できない（圧力に関しては下流から上流への影響も重要であるが、それも評価できない）。後者については、いわゆるwake recovery問題と関係しており、最近の論文の中でも取り上げられている（後述）。タービン段での高負荷化が進むことで、静翼後縁からの衝撃波と動翼の干渉現象も空力性能に大きく影響するが、それもMixing Planeでは考慮できない。これらの問題点については、Denton, Dawesが早くから指摘しており²⁰⁾、以前から様々な取り組みが行われてきている。

少し古くなるが、非定常成分から時間平均流へのエネルギー輸送の効果を考慮しつつ、定常多段解析を試みた研究としてAdamczykのDeterministic stressモデル（または、Average-Passage Equation System法）が挙げられる²¹⁾。ユニークな手法であるが、新たな仮定やモデル化が必要となるため必ずしも利用が拡大している状況ではない。ただし、導入事例は増えており、それなりの効果も認められている。Trebinjacら²²⁾は、運動方程式の中でのdeterministic stress (ds) だけではなく、エネルギー式中のdeterministic flux (df) をも考慮することで、動静翼干渉場での動翼まわりの流れをより正確にシミュレートできることを示した（図6）。これとは別に、He, Ning²³⁾が提唱したNon Linear Harmonic法もあたら

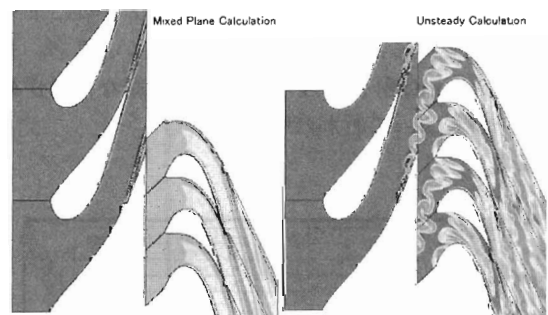


Figure 5 Effects of Mixing Plane

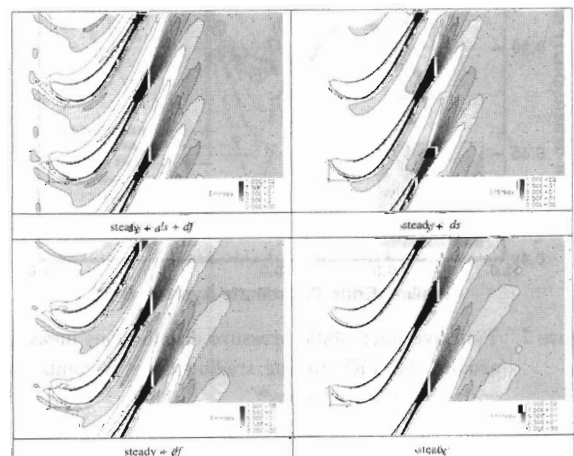


Figure 6 Effects of implementation of APES method²²⁾

な接続法として関心を集めている（ある商用コードに実装されている²⁹⁾。さらには、Throughflow解析に対して APES 法にHarmonic法を組み合わせた手法も提案されている²³⁾。

3.1.3 翼後縁からの渦放出

翼後縁から放出される渦の挙動を正確に掌握することも空力損失の評価には重要である。Dentonの見解⁹⁾では、翼後縁での流れ場は、格子密度を細かくしても必ずしも良い結果をもたらさない例の一つである、とされているが、筆者の研究室での経験の範囲ではそれは必ずしも正しくはなく、適切な解像度の格子とDES (Detached Eddy Simulation) やLES (Large-Eddy Simulation) などモデル依存性のより少ない計算手法を用いることが重要であるという知見を得ている²⁸⁾。図7には、VKIタービン翼の後縁まわりの非定常圧力（ベース圧力）の時間平均分布を示したもので、もっとも格子密度が高く、かつ、DESでの結果が実験値との良好な一致を示している。同じ格子を用いて、URANS (Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes) とDESの非定常解析結果の比較を図8に示す (Q値50で可視化)。この図から、時間平均の圧力分布では明確ではないが、乱流解析モデルによる流れ場の根本的差異の存在が明らかになった。このような渦構造の違いは、渦の周囲への拡散・混合やそれに伴う損失発生にも深く関係することから、非定常かつより正確な乱流解析でのみ知りえる情報の一つである。翼後縁からの渦の放出パターンはマッハ数により大きく影響を受けることも明らかにされている^{27), 28)}。また、RANS解析とLES解析の違いに関する詳細な検討が複数のグループによって行われている^{29), 30)}。

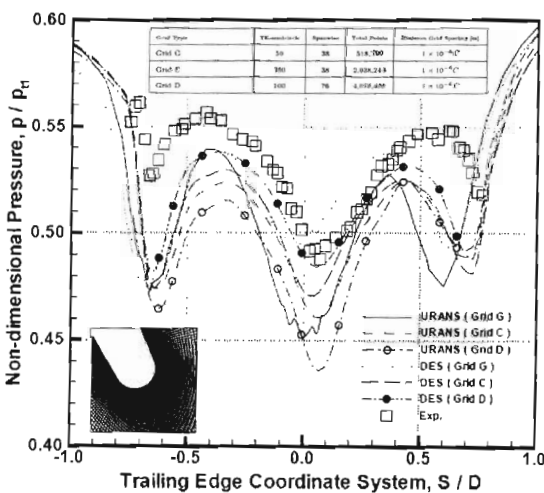


Figure 7 Time-averaged static pressure distributions measured around the VKI turbine trailing edge in comparison with several calculations²⁹⁾

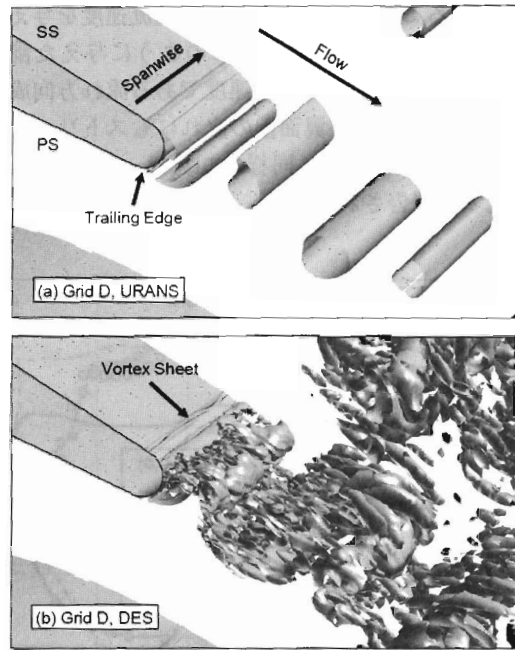


Figure 8 Vortex shedding from the trailing edge calculated using URANS (upper) and DES (lower)²⁸⁾

3.1.4 よどみ点エンタルピーと非定常性との関係について (Hodsonらの論文から)

ターボ機械では動翼の回転運動を通じて作動流体との動力交換が行われているが、その過程には流体に作用する圧力の時間的変動が関係している。非粘性を仮定すると、よどみ点エンタルピーに関して次式が成立する。

$$\frac{Dh_0}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \tag{1}$$

この式は、流体粒子が受ける圧力変動の履歴の結果としてよどみ点エンタルピーの増減が決定されることを示している。この式は、元々は段を通過する流体粒子のよどみ点エンタルピーの変化を動翼の回転運動に伴う圧力変動とを結び付けて巨視的に説明する式として用いられているが、微視的な圧力変動による効果に着目した調査も行われている³¹⁾。

式(1)については一般的な教科書にも取り上げられており、非定常性を考える意義を示す重要な式ではあるが、残念ながら認知度は低い。Hodsonらの論文では、式(1)に基づいて非定常CFD等を通じて非定常効果の理解を深めることの有益性を示すとともに、実際なぜよどみ点エンタルピーが変化するかの本質的部分を丁寧に説明している。ターボ機械のように空間的非一様性 (wakeなど) が動翼の回転運動することで非定常圧力変動が発生する場合、式(1)の右辺は次のように、絶対系から相対系に書きなおすことができ、圧力変動の効果は比較的解釈しやすくなる。

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{abs} = -W\Omega \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{rel} \tag{2}$$

具体例としては、タービン動翼先端のケーシング部における回復温度が上昇する現象³²、wake recovery現象の物理的説明及びオイラーヘッドの公式の導出が紹介されている。タービン動翼のケーシングの伝熱問題は、高温化するガスタービンにとり重要となってきたが、複雑な非定常流れが伝熱に深く関係していることが非定常仕事の考えで説明できることは、設計の観点からも有益である(図9)。

Wake Recovery問題に関連して、Roseら³³は上流側タービン静翼からのwakeがタービン動翼を通過する際の熱力学特性を式(1)を用いて数値的また実験的に検討した。wakeは周囲の流体と比較して下流方向へのオイラー仕事が異なり、結果としてwakeは周囲よりも高温になり、動翼内を通過する間に周囲への熱移動が発生、エントロピーも減少する。Roseらはこのような流体間の伝熱現象が損失分布に影響することを示した。ここでの非定常干渉による効率改善(混合損失の抑制)の可能性にも言及したが、そのためには干渉をより強くする必要があり、干渉による逆効果(衝撃波干渉など)がより強くなる危険性にも触れている。

4. その他の話題

Praisnerら³⁴は、高圧タービン段と低圧タービン段での接続部での非定常干渉効果を数値的に調査している。そこで低圧段のみの解析(3-row)と高圧段の最下流部を含めた解析(4-row)で結果が大幅に異なることを示した(図10)。原因が不明のままであるが、どこまで上流の影響を考慮すべきかの判断が容易ではないことを物語っている。

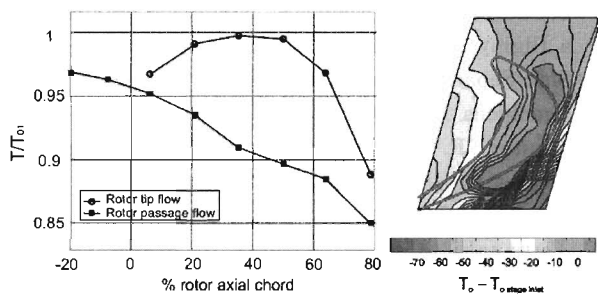


Figure 9 Measured casing recovery temperature³²

前述のHarmonic法を実装した商用コードを用いて、Matsunuma³⁵の回転試験機による動静翼干渉、特に翼先端漏れ流れへの影響を調査した研究が報告されている(図11)³⁶。上流側からのwakeが翼面と干渉する際のnegative jet効果が漏れ流れの挙動に強く影響すること、翼前半部と後半部とで漏れのパターンが異なること、interaction lineと呼ばれる特徴的な現象が漏れパターンに関与することなどが示されている。

伝熱研究への非定常CFD利用もさらに拡大している。図12には冷却タービン段における動翼表面上でのフィル

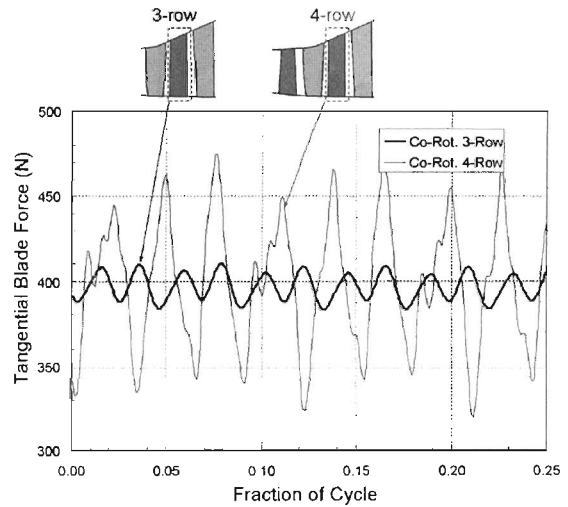


Figure 10 Effects of most upstream blades on tangential blade force acting on LPT rotor

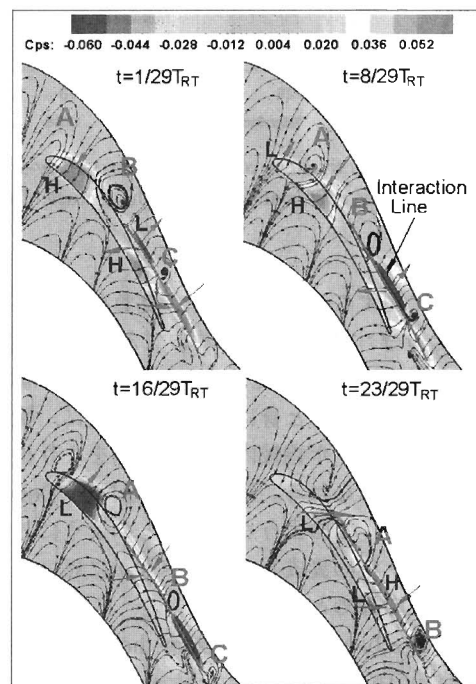


Figure 11 Unsteady pressure fluctuation over the tip region

ム効率分布について、非定常流条件下と定常流条件下での違いを示す。ここでの結果では、非定常流は正圧面側のフィルム効率に大きく影響し、フィルム効率を25%以上の劣化させる可能性があることが報告されており、タービンの冷却設計にとり非定常性を考えることが極めて重要であることを示している。

5. おわりに

軸流タービン内の非定常流に関する研究を、過去の知見も交えながら最新の研究動向について紹介した。偏りの多い内容となってしまったが、筆者にとっても大いに勉強となる好機でもあり、その内容の一部でも会員諸兄にお伝えできたとすれば幸いである。

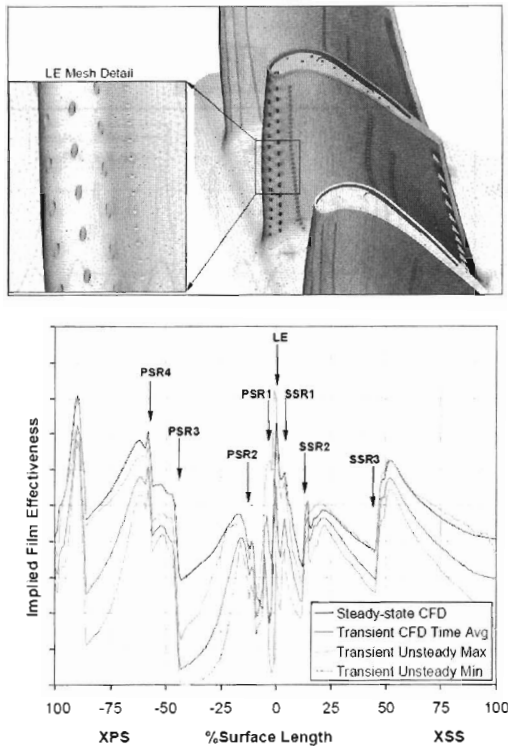


Figure 12 Film effectiveness obtained under steady-state and unsteady flow conditions with the picture of the grid system

非定常流に関する研究は高効率、高負荷軸流タービンの開発にとりますます重要を増してきているが、CFDに依存する比率が高いことから、エンジニアはCFDに対する知識をしっかりと身につけるとともに、境界条件を設定する上でターボ機械内部流の実態をより正確に理解することが求められる。最後に、Horlock, Denton³⁷⁾の言葉を引用して、このような人材をどのようにしてターボ機械の分野へ集め養成していくべきかに思いを馳せながらこの拙文の締めとする。

“One message becomes very clear, however; it is that engineers with high analytical and computational ability, who are very familiar with experimental techniques and who have excellent physical understanding will be needed to produce the developments of the future. We need more engineers and teachers like Budugur Lakshminarayana.” ここでひとつ明らかなことは、高度な数学的能力やCFD技術を有し、実験的手法にも長け、優れた物理的理解力を備えた技術者が、将来のターボ機械の開発を進めるにあたり必要とされていることである。あのLakshminarayana教授のような。(意訳：船崎)

参考文献

- (1) 船崎, ターボ機械の非定常流体力学の最新動向 (特に性能向上に関する研究動向), ターボ機械, 34-9, pp.514-526, 2006

- (2) 船崎, 単段タービン非定常流れの挙動, 日本ガスタービン学会誌, 36-5, pp.397-406, 2008
- (3) 船崎, ターボ機械内部流の非定常性について (主に空力特性への影響), 日本機械学会流体工学講演会講演論文集 (2010.10.30-31, 米沢), 2010
- (4) Abhari, R.S., Unsteady Fluid Dynamics of Turbines: A Perspective on Possible Directions to Improve Future Engine Designs, Minnowbrook V 2006 Workshop on Unsteady Flows in Turbomachinery, NASA/CP-2006-214484, 2006
- (5) Burgos, M.A. et al., Validation of an Efficient Unstructures Time-Domain Rotor/Stator Interaction Method, ASME GT2009-59385, 2009
- (6) Shyam, V. et al., 3-D Unsteady Simulation of a Modern High Pressure Turbine Stage Using Phase-Lag Periodicity: Analysis of Flow and Heat Transfer, ASME2009-60322, 2009.
- (7) Mata, S. et al., Generalised Single-Passage Multi-Bladerow Method for Turbomachinery Forced Response, ASME GT2009-59624, 2009
- (8) Biesinger, T. et al., Unsteady CFD Methods in a Commercial Solver for Turbomachinery Applications, ASME 2010-22762, 2010.
- (9) Denton, J.D., Some Limitations on Turbomachinery CFD, GT2010-22540, 2010.
- (10) Hodson, H.P., et al., A Physical Interpretation of Stagnation Pressure and Enthalpy Changes in Unsteady Flow, GT2009-59374, 2009
- (11) Coull, J.D. And Hodson, H.P., Predicting the Profile Loss of High-Lift Low Pressure Turbines, ASME GT2010-22675, 2010.
- (12) Cumpsty, N.A., Leroy Smith Leynote: Some Lessons Learned, GT2009-60368, 2009.
- (13) Schwarze, M. and Niehuis, R., Numerical Simulation of a Highly Loaded LPT Cascade with Strong Suction Side Separation under Periodically Unsteady Inflow Conditions, ASME GT2010-22363, 2010.
- (14) Menter, F.R. et al., Transition Modelling for general Purpose CFD Codes, Flow Turbulence Combust (2006), Vol. 77, pp.277-303, 2006.
- (15) Funazaki, K. et al., Effects of Blade Loading Distributions on Aerodynamic Performance of Ultra-High Lift LP Turbine Airfoils under the Influences of Wake Passing and Freestream Turbulence, ASME GT2010-22134, 2010.
- (16) Schluter, J.U., Consistent Boundary Conditions for Integrated LES/RANS Simulations: LES Inflow Conditions, Center for Turbulence Research Annual Research Briefs 2002, pp.143-154, 2002.
- (17) Xie Z.-T. and Castro I.P., Efficient Generation of Inflow Conditions for Large-Eddy Simulation of Street-Scale Flows, Flow Turbulence Combust, Vol.81, pp.449-470, 2008.
- (18) Funazaki et al., Detailed Studies on Separated Boundary Layers over Low-Pressure Turbine

- Airfoils under Several High Lift Conditions: Effect of Freestream Turbulence, ASME GT2009-59813, 2009
- (19) Direct Numerical Simulations of Transitional Flow in Turbomachinery, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 128, pp.668-678, 2006.
- (20) Denton, J.D., Dawes, W.N., Computational Fluid Dynamics for Turbomachinery Design, IMechE Vol.213 Part C, pp.107-124, 1999.
- (21) Van del Wall, A.G., et al., A Transport Model for the Deterministic Stresses Associated With Turbomachinery Blade Row Interactions, Vol. 122, pp.593-603, 2000.
- (22) Trebinjac, I. et al., Unsteady Rotor-Stator Interaction in High Speed Compressor and Turbine, Journal of Thermal Science, Vol. 14, No.4, pp.289-297.
- (23) He.,L. and Ning, W., Efficient Approach for Analysis of Unsteady Viscous Flows in Turcomachines, AIAA Journal, Vol.36, No.11, pp.2005-2012, 1998
- (24) 清水, 澤, Non Linear Harmonic法によるターボ機械動静翼干渉問題の数値シミュレーション, 日本機械学会 2007年度年次大会講演論文集(7), pp.129-130, 2007.
- (25) Thomas, J.P. and Leonard, O., Investigating Circumferential Non-Uniformities in Thoughtflow Calculations using an Harmonic Reconstruction, ASME GT2008-50328, 2008.
- (26) 石川, 船崎, 山田, 高レイノルズ数条件下における高圧タービン翼まわりの非定常流れ解析 (後縁近傍の非定常流れとベース圧), 日本ガスタービン学会誌, Vol.38, No.1, pp.50-58, 2010.
- (27) Sieverding, C.H. et al., Turbine Blade Trailing Edge Flow Characteristics at High Subsonic Outlet Mach Number, ASME Journal of Turbomachinery, Vol.125, pp.298-309, 2003
- (28) Gostelow J.P. et al., On Vortex Formulation in the Wake Flows of Transonic Turbine Blades and Oscillating Airfoils, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 128, pp. 528-535, 2006.
- (29) Joo, J. and Durbin, P., Simulation of Turbine Blade Trailing Edge Cooling, ASME Journal of Fluid Engineering, Vol.131, 2009
- (30) Ferrand, P. et al., Analyses of URANS and LES Capabilities to Predict Vortex Shedding for Rods and Turbines, Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines, edited by Hall K.C. et al. Springer, pp. 381-393
- (31) Hodson, H. P. and Dawes, W. N., On the Interpretation of Measured Profile Losses in Unsteady Wake-Turbine Interaction Studies, ASME Paper 96-GT-494, 1996
- (32) Thorpe, S.J. et al., The Effect of Work Processes on the Casing Heat Transfer of a Transonic Turbine, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 129, pp.84-91, 2007
- (33) The Thermodynamics of Wake Blade Interaction in Axial Flow Turbines: Combined Experimental and Computational Study, ASME GT2009-59655, 2009.
- (34) Praisner, T.J. et al., Predictions of Unsteady Interactions between Closely Coupled HP and LP Turbines with Co- and Counter-Rotation, ASME GT2010-23681, 2010.
- (35) Matsunuma, T., Unsteady Flow Field of an Axial-Flow Turbine Rotor at a Low Reynolds Number, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 129, pp.360-371, 2007.
- (36) Sun, H. et al., Effects of Tip Clearance on Unsteady Flow Characteristics in an Axial Turbine Stage, ASME GT2009-59828.
- (37) Horlock, J.H. and Denton, J.D., A Review of Some Early Design Practice Using Computational Fluid Dynamics and a Current Perspective, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 127, pp.5-13, 2005.