

振幅の大きい周期変動流におけるタービン動翼列の非定常応答*

西山 哲男**, 船崎 健一***
Tetsuo NISHIYAMA, Kenichi FUNAZAKI**Key Words:** Unsteady Flow, Aerodynamic Responses, Sinusoidal Gust, Unsteady Surface Pressure, Unsteady Fluid Force, Unsteady Wake Vortex Energy, Gust Distortion by Vorticity

1. 緒 言

上流側静翼列からの粘性後流を動翼列に流入する非粘性周期変動流と見なし、これに対する単独翼、直線軸翼列の非定常応答を解析する研究は Kemp-Sears⁽¹⁾以降数多く発表され、例えば Horlock⁽²⁾, Naumann-Yeh⁽³⁾などの研究が知られている。これらは定常負荷のない平板翼⁽¹⁾か、微小な定常負荷を有する薄翼から成る圧縮機翼列⁽²⁾⁽³⁾を対象としており、周期変動流がもつうず度は無視されている。これは薄翼では定常負荷と周期変動流のうず度との干渉効果は二次の微小量でしかなく、従来の線形理論では考慮され得ないためである。この干渉効果については Goldstein-Atassi⁽⁴⁾, 西山・古橋⁽⁵⁾が摂動法により解析し、周期変動流が翼の定常負荷によりゆがむことを指摘し、その動的効果を検討した。

一方、タービン動翼列では、そり厚みの大きな翼形から成るため定常負荷が有限量となるうえ、上流側ノズル翼列からの粘性後流の速度欠損もかなり大きい。したがってこの定常負荷と周期変動流のもつうず度との干渉効果は著しく、流入周期変動流は平均流で運ばれる過程で大きくゆがみ、振幅、方向、波長が変化していくものと推測される。このためタービン翼列に対してうず度を無視した従来のフローズンパターンの仮定に基づく解析を適用しても、その結果は信頼性に乏しく、ここに有限定常負荷のタービン動翼列の非定常応答を求めるためのうず度を考慮した解析法の確立が要請される。

以上の見地から、本研究ではタービン動翼列について、次の点を解明している。

(1) ノズル翼列からの速度欠損の大きい粘性後流を対象とし、このときの周期変動流のうず度と有限定常負荷との干渉による周期変動流のゆがみを明らかにした。

(2) 周期変動流のゆがみによる動的効果を考慮し、かつ高次ハーモニクス成分までを扱うことが可能な動翼列の非定常応答解析法を提示した。

(3) 広範な数値計算例により、翼列条件、粘性後流の速度分布などが動翼列の非定常応答全般に及ぼす影響を明らかにし、設計資料となり得る非定常流体力、後流うずエネルギーなどを示した。

記 号

- b_w : 速度欠損半値幅
 C_n : 複素フーリエ係数
 c : 翼弦長
 $C(y)$: 粘性後流速度分布
 F_{xn}, F_{yn} : 軸流方向, 翼列軸方向非定常流体力
 F_{mn} : 非定常モーメント
 h_w : 速度欠損中央値
 i, j : 空間, 時間に関する虚数単位
 K_n : 無次元周波数 $= \omega_{nc}/U_1$
 K_{xn}, K_{yn} : x, y 方向波数
 n : ハーモニック次数
 p_n : 非定常圧力
 t_r, t_s : 動翼列, 静翼列ピッチ
 \bar{U}, \bar{V} : x, y 方向定常速度成分
 \tilde{u}, \tilde{v} : x, y 方向非定常速度成分
 U_1, U_c : 軸流, 周速度成分
 β_1, β_2 : 流入角, 流出角
 γ_s, γ_n : 定常, 非定常うず分布
 ζ : うず度
 λ_s : 静翼列からの流出角 $= \tan^{-1}(\tan \beta_1 + U_c/U_1)$

* 昭和57年10月23日 東北支部仙台地方講演会において講演, 原稿受付 昭和57年12月27日。

** 正員, 東北大学工学部 (〒980 仙台市荒巻字青葉)。

*** 准員, 東北大学大学院。

σ_n : 翼間位相差 ($0 < \sigma_n < 2\pi$)
 ω_n : 角周波数 $= 2\pi n U_c / t_s$

添字

- 1, 2: 翼列上流, 下流
- +, -: 翼背面側, 腹面側
- b, f : 翼面上, 後流うず面上
- IR, R : うずなし流れ, うずあり流れ
- $\bar{\quad}$: 共役複素数 (または定常成分)

2. うず度に関する基礎式

図1に上流側静翼列からの粘性後流中を周速度 U_c で回転運動する動翼列を示す。各翼からの粘性後流の速度分布を次式で与え、これを図2に示す。

$$C(y) = C_0 - h_w \exp\{-4c_w(y/b_w)^2\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 c_w は粘性後流の相似性により定める。式(1)を静翼列ピッチ t_s の周期性を利用してフーリエ展開し、更にその結果を静翼列からの流出方向と直交する座標 Y_0 により書き直す。

$$\bar{C}(y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi n Y_0 / t_s \cos \lambda_s} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 \sum' は $n=0$ を除く総和を表すとさらに、 Y_0 を動翼列に固定された座標系 (x, y) で表すと

$$\bar{C}(\hat{x}, \hat{y}; \hat{t}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j(K_n \hat{t} + K_{xn} \hat{x} + K_{yn} \hat{y})} \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{xn} &= -K_{yn} \tan \lambda_s, K_{yn} = 2\pi n c / t_s \\ \hat{x} &= x/c, \hat{y} = y/c, \hat{t} = t U_c / c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

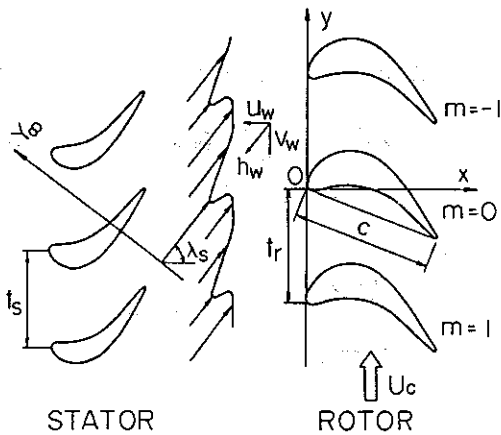


図1 粘性後流中の動翼列および座標系

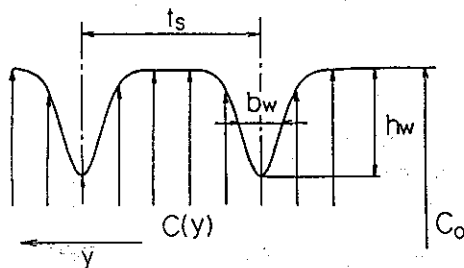


図2 粘性後流速度分布

以下、速度は上流の軸流速度成分 U_1 で、長さは動翼弦長 c で無次元化されているものとして無次元化の記号 $\bar{\quad}$ は省く。

式(3)より x, y 方向周期変動速度 (u_w, v_w) および周期変動うず度 ζ_w は次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} u_w(x, y; t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cos \lambda_s e^{j(K_n t + K_{xn} x + K_{yn} y)} \\ v_w(x, y; t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \sin \lambda_s e^{j(K_n t + K_{xn} x + K_{yn} y)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} \zeta_w(x, y; t) &= \frac{\partial v_w}{\partial x} - \frac{\partial u_w}{\partial y} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(-j \frac{C_n K_{yn}}{\cos \lambda_s} \right) e^{j(K_n t + K_{xn} x + K_{yn} y)} \end{aligned} \dots\dots\dots (6)$$

速度場を定常成分 (\bar{U}, \bar{V}) と非定常成分 (\bar{u}, \bar{v}) とに分け、 $\bar{U}, \bar{V} \gg \bar{u}, \bar{v}$ と仮定する。線形化された二次元非粘性流れのうず度保存則は、定常流をうずなしとして次式で与えられる。

$$\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y} = 0, \bar{\zeta} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \dots\dots\dots (7)$$

式(5), (6)に対応して次のようにおく。

$$\bar{u} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_n(x, y) e^{jK_n t}, \bar{v} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n(x, y) e^{jK_n t} \dots\dots\dots (8)$$

$$\bar{\zeta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \zeta_n(x, y) e^{jK_n t}, \zeta_n = \frac{\partial v_n}{\partial x} - \frac{\partial u_n}{\partial y} \dots\dots\dots (9)$$

式(8), (9)を式(7)へ代入し、各ハーモニクスごとに次式が成立する。

$$jK_n \zeta_n + \bar{U} \frac{\partial \zeta_n}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \zeta_n}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

式(10)より、うず度 ζ_n は定常流線に沿って

$$\zeta_n = D_n \exp\left\{-jK_n \int^s ds' / \bar{q}(s')\right\} \dots\dots\dots (11)$$

から求まる。 D_n は上流のある位置で式(6)と接続するように定める。式(11)より流れ場のうず度が求められ、これに基づいて非定常流の解析が3章のように行われる。

3. 非定常流の解析

3.1 非定常じょう乱速度 複素平面上において

関数 $w_n(x, y)$ を次のように定義する。

$$w_n(x, y) = v_n(x, y) + i u_n(x, y), z = x + iy \dots\dots\dots (12)$$

式(12)を \bar{z} で微分し、式(9)および連続の式より、

$$\frac{\partial w_n}{\partial \bar{z}} = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial u_n}{\partial x} + \frac{\partial v_n}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_n}{\partial x} - \frac{\partial u_n}{\partial y} \right) = \frac{\zeta_n}{2} \dots\dots\dots (13)$$

式(13)は次のように積分される⁽⁶⁾。

$$w_n(x, y) = \frac{1}{2\pi i} \oint_c w_n(z_c) \frac{dz_c}{z_c - z} - \frac{1}{2\pi} \iint_D \xi_n(x', y') \frac{dx' dy'}{z' - z} \dots\dots (14)$$

点(x, y) が境界 C 上にあるときには

$$w_n(x_p, y_p) = \frac{1}{\pi i} \oint_c w_n(z_c) \frac{dz_c}{z_c - z_p} - \frac{1}{\pi} \iint_D \xi_n(x', y') \frac{dx' dy'}{z' - z_p} \dots\dots (15)$$

式(14)の右辺第1項は式(13)の同次解で、うずなしじょう乱速度を、第2項は特解で、うずありじょう乱速度をそれぞれ与える。

3・2 非定常うずなしじょう乱速度 式(14)第1項を実部、虚部に分けそれぞれ v^{IR}, u^{IR} とおく。うずなし流れについては既存の方法⁽⁷⁾が適用できるので、翼面上および後縁からの定常岐点流線上に非定常束縛うず γ_n , 自由うず $\Delta\gamma_n$ を分布し

$$\sigma_n = 2\pi(n \frac{t_r}{t_s} - M), \quad (M \text{ は } M < n \frac{t_r}{t_s} < M + 1 \text{ を満たす整数}) \dots\dots (16)$$

で定義される翼間位相差を導入することにより、 u^{IR}, v^{IR} は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_n^{IR} &= \frac{1}{4t_r} \left[\oint_p \{f_n(\chi) + f_n(\bar{\chi})\} \gamma_n(s_p) ds_p + \int_0^\infty \{f_n(\chi') + f_n(\bar{\chi}')\} \Delta\gamma_n(s_f) ds_f \right] \\ v_n^{IR} &= \frac{j}{4t_r} \left[\oint_p \{f_n(\chi) - f_n(\bar{\chi})\} \gamma_n(s_p) ds_p + \int_0^\infty \{f_n(\chi') - f_n(\bar{\chi}')\} \Delta\gamma_n(s_f) ds_f \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} f_n(\chi) &= e^{j(\pi - \sigma_n)\chi} \operatorname{cosec} \pi\chi \\ \chi &= \chi(x, y; x_p, y_p) = \{y_p - y + j(x - x_p)\} / t_r \\ \chi' &= \chi(x, y; x_f, y_f) \end{aligned} \right\} \dots\dots (18)$$

ここで、 $\sigma_n = 0$ のとき $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2j$ を $f(x)$ より引いておく。

3・3 非定常うずありじょう乱速度 式(14)第2項の実部、虚部をそれぞれ v_n^R, u_n^R とおく。 u^R, v^R は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_n^R &= -\frac{1}{2\pi} \iint_D \xi_n(x', y') \frac{y - y'}{(x - x')^2 + (y - y')^2} \times dx' dy' \\ v_n^R &= \frac{1}{2\pi} \iint_D \xi_n(x', y') \frac{x - x'}{(x - x')^2 + (y - y')^2} dx' dy' \end{aligned} \right\} \dots\dots (19)$$

式(19)の二重積分は、翼列より1ピッチ程度上、下流

のところで定常流が一樣と見なせることを利用し、次の三つの領域に分け評価される⁽⁸⁾。

(1) 翼列上流領域 ($-\infty < x' < x_1$) ことでのうず度は流入周期変動うず度と一致する。

$$\left. \begin{aligned} \xi_n &= |C_n| D_n^* e^{j(K_{xn}(x-x_1) + K_{yn}y)} \\ D_n^* &= -\frac{j}{|C_n|} \frac{C_n K_{yn}}{\cos \lambda_s} \end{aligned} \right\} \dots\dots (20)$$

式(20)を用いてこの領域からの寄与は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_{n,1}^R &= \frac{j|C_n|D_n^*}{2} \frac{K_{yn}}{|K_{yn}|} \frac{e^{-|K_{yn}|(x-x_1) + jK_{yn}y}}{|K_{yn}| + jK_{xn}} \\ v_{n,1}^R &= \frac{|C_n|D_n^*}{2} \frac{e^{-|K_{yn}|(x-x_1) + jK_{yn}y}}{|K_{yn}| + jK_{xn}} \end{aligned} \right\} \dots\dots (21)$$

(2) 翼列近傍領域 ($x_1 < x' < x_2$) ことでのうず度は式(11)より求められる。0番翼と1番翼の定常岐点流線で囲まれた翼間流路 D_0 をとり、そこでのうず度分布を ξ_n^0 とすると、翼間位相差 σ_n を考慮し

$$\left. \begin{aligned} u_{n,2}^R &= \frac{1}{4t_r} \iint_{D_0} \{f_n(\chi(x, y; x', y')) + f_n(\chi(x, y; x', y'))\} \xi_n^0(x', y') dx' dy' \\ v_{n,2}^R &= \frac{j}{4t_r} \iint_{D_0} \{f_n(\chi(x, y; x', y')) - f_n(\chi(x, y; x', y'))\} \xi_n^0(x', y') dx' dy' \end{aligned} \right\} \dots\dots (22)$$

(3) 翼列下流領域 ($x_2 < x' < \infty$) $\bar{U} = \bar{U}_2 = 1, \bar{V} = \bar{V}_2$ を式(10)へ代入して次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \xi_n &= \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} Z_n^{(\nu)} e^{-j(K_n + l_n^{(\nu)} \bar{V}_2)x - l_n^{(\nu)} y} \dots\dots (23) \\ Z_n^{(\nu)} &= \frac{1}{t_r} \int_{y_2}^{y_2 + t_r} \xi_n(x_2, y') e^{-j l_n^{(\nu)} y'} dy' \\ l_n^{(\nu)} &= (\sigma_n + 2\pi\nu) / t_r \end{aligned} \right\}$$

これより

$$\left. \begin{aligned} u_{n,3}^R &= \frac{j}{2} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} Z_n^{(\nu)} \frac{l_n^{(\nu)}}{|l_n^{(\nu)}|} \frac{e^{|l_n^{(\nu)}|(x-x_2) + j l_n^{(\nu)} y}}{|l_n^{(\nu)}| + j(K_n + l_n^{(\nu)} \bar{V}_2)} \\ v_{n,3}^R &= -\frac{1}{2} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} Z_n^{(\nu)} \frac{e^{|l_n^{(\nu)}|(x-x_2) + j l_n^{(\nu)} y}}{|l_n^{(\nu)}| + j(K_n + l_n^{(\nu)} \bar{V}_2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (24)$$

$\sigma_n = 0$ のとき、 $u_{n,3}^R, v_{n,3}^R$ より

$$\lim_{x \rightarrow \infty} u_{n,3}^R|_{\nu=0} = \frac{Z_n^{(0)}}{2K_n}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} v_{n,3}^R|_{\nu=0} = \frac{jZ_n^{(0)}}{2K_n}$$

を引いておく。

以上から非定常うずありじょう乱速度 u^R, v^R が次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} u_n^R &= u_{n,1}^R + u_{n,2}^R + u_{n,3}^R \equiv |C_n| \bar{u}_n^R \\ v_n^R &= v_{n,1}^R + v_{n,2}^R + v_{n,3}^R \equiv |C_n| \bar{v}_n^R \end{aligned} \right\} \dots\dots (25)$$

3・4 非定常束縛うずに関する積分方程式 翼面上での境界条件

$$u_n(x, y) = \gamma_n(s) dx/ds, v_n(x, y) = \gamma_n(s) dy/ds \dots\dots\dots (26)$$

に対して、式(15), (17), (25)を考慮し、変数変換の後、次の非定常束縛うず分布に関する第2種フレドホルム形の積分方程式を得る。

$$-\frac{\delta_n(\theta)}{2} + \int_0^{2\pi} \{K_n^1(\theta, \varphi) + K_n^2(\theta)\} \delta_n(\varphi) d\varphi = -\left(\bar{u}_n^R \frac{dx}{d\theta} + \bar{v}_n^R \frac{dy}{d\theta}\right) \dots\dots\dots (27)$$

ここに、 $\delta_n = \frac{\gamma_n}{|C_n|} \frac{ds}{d\theta}$

$$K_n^1(\theta, \varphi) = \frac{1}{4t_r} \left\{ f(\chi) \left(\frac{dx}{d\theta} + j \frac{dy}{d\theta} \right) + f(\bar{\chi}) \left(\frac{dx}{d\theta} - j \frac{dy}{d\theta} \right) \right\} \dots\dots\dots (28)$$

$$K_n^2(\theta) = -\int_0^\infty \frac{jK_n}{W(s_f)} \times \exp\left[-jK_n \int_0^{s_f'} \frac{ds_f'}{W(s_f')}\right] K_n(\theta, s_f) ds_f \dots\dots\dots (29)$$

式(27)は後縁で圧力差がないとするクッタの条件

$$\gamma_n(\theta_{T.E.}^+) + \gamma_n(\theta_{T.E.}^-) = -jK_n \Gamma_n / W_{T.E.},$$

ここに、

$$\Gamma_n = \int_0^{2\pi} \gamma_n(\theta) \frac{d\bar{s}}{d\theta} d\theta \dots\dots\dots (30)$$

で解かれる。

4. 非定常特性

オイラーの運動方程式を線形化し定常流線に沿って積分する。このとき翼面上非定常圧力分布は、定常うず分布を $\gamma_s(\theta)$ として

$$p_n(\theta^\pm) = -\rho \left\{ \gamma_s(\theta^\pm) \gamma(\theta^\pm) - jK_n \int_{\theta_{s,n}}^{\theta^\pm} \gamma_n(\varphi) \frac{ds_p}{d\varphi} d\varphi + R_n \right\} \dots\dots (31)$$

ここに、 $R_n = [\bar{U}u_n + \bar{V}v_n]_{-\infty}$

$$-jK_n \int^{s_{sp}} \left(u_n \frac{dx}{ds} + v_n \frac{dy}{ds} \right) ds'$$

式(31)の圧力分布より非定常流体力、モーメントが次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} F_{Yn} &= \int_0^{2\pi} p_n(\theta) \frac{dx}{d\theta} d\theta, F_{Xn} = -\int_0^{2\pi} p_n(\theta) \frac{dy}{d\theta} d\theta \\ F_{Mn} &= \int_0^{2\pi} \left\{ (x-x_0) \frac{dx}{d\theta} + (y-y_0) \frac{dy}{d\theta} \right\} p_n(\theta) d\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

以上、各ハーモニクスごとに独立に求めた結果に対して、位相 φ_n をそれぞれに考慮することにより時間変動が計算される。たとえば、非定常圧力については

$$\begin{aligned} \bar{p}(\theta; t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n| p_n(\theta) e^{i\varphi_n} e^{jK_n t} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \{ Q_n(\theta) \cos K_n t + R_n(\theta) \sin K_n t \} \dots (33) \end{aligned}$$

ここに、 $Q_n(\theta) = |C_n| \{ p_n(\theta) e^{i\varphi_n} + p_{-n}(\theta) e^{-i\varphi_n} \}$,

$$R_n(\theta) = j|C_n| \{ p_n(\theta) e^{i\varphi_n} - p_{-n}(\theta) e^{-i\varphi_n} \}$$

また、1波長当たりの後流うずエネルギー E_w は

$$E_w = \rho \sum_{n=1}^{\infty} K_n \Psi_{wn} |C_n|^2 |\Gamma_n|^2 / 2 \dots\dots\dots (34)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{wn} &= \frac{\sinh(K_n' t_0)}{\cosh(K_n' t_0) - \cos(\sigma_n - K_n' l_0)} \\ K_n' &= K_n / W_2, t_0 = t_r \cos \beta_2, l_0 = |t_r \sin \beta_2| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

で与えられる。これを動翼の回転に必要な動力との比として次のように評価する⁽⁹⁾。

$$\frac{K_v}{100} = \frac{E_w W_2}{\rho \Gamma_s U_c}, (\Gamma_s: \text{定常循環量}) \dots\dots\dots (36)$$

5. 数値計算例

非定常流解析に先立ち、定常流を精度よく求めておく必要があるため、本解析では文献(7)の方法により翼面上に60個(場合により120個)の計算点を取り、翼面上速度分布、定常流線などを求めた。図3に計算に使用したタービン翼列と、定常流線の計算例を示す。

非定常流の計算に必要な $K_n, K_{zn}, K_{yn}, \lambda_s, \sigma_n$ は互いに独立ではないので、ここでは動翼列に対する定常流入条件を固定し、ピッチ比 t_r/t_s 、流量係数の逆数 U_c/U_1 をパラメータとした。

はじめに、本解析法の妥当性の検証のために、NACA 65系翼形より成る圧縮機翼列についての計算を行い、Fleeterらの実験、Caruthersの差分解⁽¹⁰⁾と圧力分布について比較した。その結果を図4に示す。前縁付近での多少の差はあるが、おおむね良好な結果が得られた。

図5には計算に使用したピッチ比が1.0と0.5のときの粘性後流の速度分布と、そのフーリエ解析の結果を表す。半値幅 b_w はピッチ比1.0のときに、十分発達した滑らかな速度分布を与えるものとして $b_w/t_r = 0.35$ を用いた。また C_w の値として Lakshiminarayanaらの実験値⁽¹¹⁾を採用した。ピッチ比1.0(同位相と呼ぶ)の場合、一次ハーモニクスが支配的となっているが、二次ハーモニクスも無視できない大きさとなっている。ピッチ比0.5(反位相と呼ぶ)のときは、同位相の場合と同じ b_w/t_r の値でもピッチ比の関係により高次ハーモニクスまでかなりの大きさとなっている

ことが明らかである。

図6に一次ハーモニック成分についての等うず度線とこのときのうず度分布から求めた誘起速度 (u^R, v^R のベクトル和)を示す。なお、定常負荷の効果を見るため、図7に翼形を変え計算した結果を示す。図6, 7において細い点線の等うず度線は粘性後流の中心位置、すなわち流入周期変動流の谷部に対応する。一方、太い点線の等うず度線は流入周期変動流の山部に対応し、この等うず度線が翼前縁に達した瞬間を解析上の時間基準 $t=0$ としている。翼列上流では翼の定常じょう乱の影響はほとんど見られず、誘起速度も流入周期変動流を表している。翼列内部流路では、翼前縁での切断、流れの転向のため等うず度線が大きく変形している。これに伴いうず度分布より求めた誘起速度は流入周期変動流と方向、振幅や波長が大きく異なることがわかる。また Meyer⁽¹²⁾ や Lefcort⁽¹³⁾ が指摘したように、翼面上では粘性後流は、翼面の一方で広がり (splayed out⁽¹²⁾) 他方で狭まる (ripped inward⁽¹²⁾) が、計算で得た誘起速度の翼面上での方向は明らかにこの現象と対応している。

図8, 9に翼面上非定常圧力分布の時間変動の一周期分を透視図で示した。ここで、 s は翼前縁の岐点から背面側、腹面側の翼面に沿って求めた弧の長さを、 T は変動の一周期で無次元化した時間をそれぞれ表す。図8は同位相の場合で、背面側では T がほぼ0.5のときに翼形前半部において圧力変動のピークが見られる。この時刻は粘性後流の中心部が翼前縁に達する時刻とほぼ一致している。圧力は前縁より標点40付近までほぼ同位相で変動している。これは図6で明らかのように、標点40までがほぼ同時刻に粘性後流中心部で覆われるためである。この結果と類似の現象が Dring らの実験⁽¹⁴⁾でも見られる。標点40から後縁方

向にかけて圧力変動のパターンが変わり、圧力変動が局所的位相速度で後方へ伝ばしていることがわかる。この変化は流れが大きく転向する位置でおきている。一方、腹面側では圧力変動は背面側と比べピークが若干早く現れ、また変動も振幅が小さくゆるやかではあるが同様の傾向を示している。

図9は反位相の場合で、図5に示された高次ハーモニック成分のため同位相の場合と圧力変動の様相が異なる。まず圧力変動のほとんど見られない時刻があり、次に前縁から標点40付近、そして多少振幅は小さくなるが標点30より後縁方向にわたり圧力変動のピークが T がほぼ0.5のとき発生している。伝ば形の圧力変動も図8と同様に見られる。一方、腹面側では変動のピークは背面側より早く発生し、腹面全体に及んで

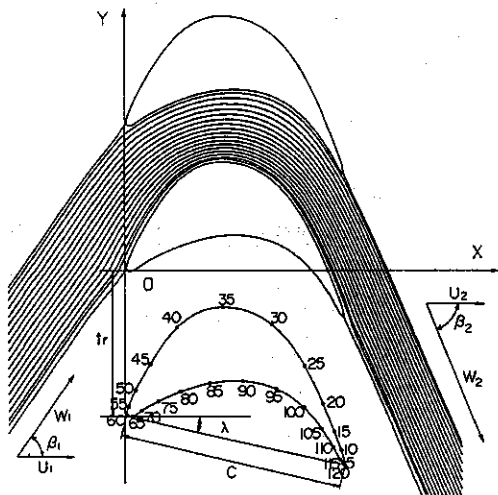


図3 翼列配置および定常流線

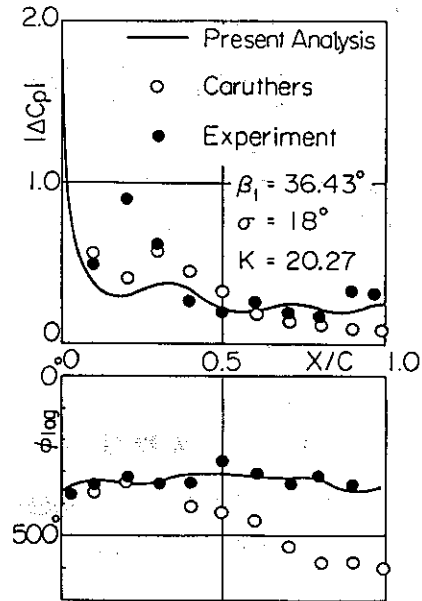


図4 翼面上圧力差分布

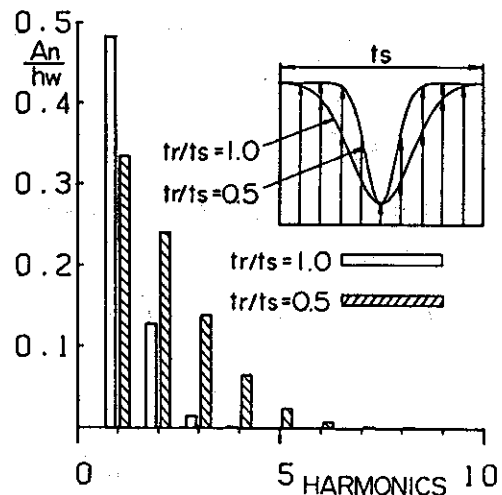


図5 粘性後流のフーリエ解析
($b_w/tr=0.35, c_w=0.693, A_n=2|Cn|$)

いる。

図10には非定常流体力(翼列軸方向)の時間変動と、ハーモニクスごとの振幅を示す。同位相では二次ハーモニクスもかなりの大きさの変動であり、このため時間変動も複雑な変化を示す。この場合 T がほぼ0.5のときにピークが現れている。一方、反位相では同位相の場合より流体力がかなり大きく、一次ハーモニクスが支配的となっている。この時間変化を図9の圧力分布と関係づけると、圧力変動は腹面側のほぼ全域で背面側よりもはやくピークに達するため流体力は正の極大となる。その後、腹面側圧力がゆるやかに減少する一方、背面側圧力が増加するため流体力は減少し、逆に負の極小に達することになる。

図11には後流うずエネルギーの計算結果を示す。ここでは反位相の場合のほうが大きい。今、非定常循環の見地から後流うずエネルギーと翼列軸方向非定常流体力とを比べてみると、ハーモニクス間の大きさについての対応関係が認められる。

なお、以上の数値計算にはすべて東北大学大型計算機センター ACOS-1000 を使用した。

6. 結 言

ノズル翼列からの速度欠損の大きい粘性後流に対す

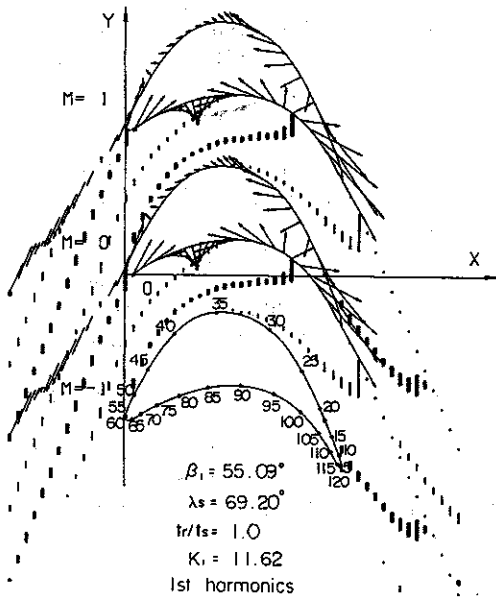


図6 等うず度線およびうず度による誘起速度

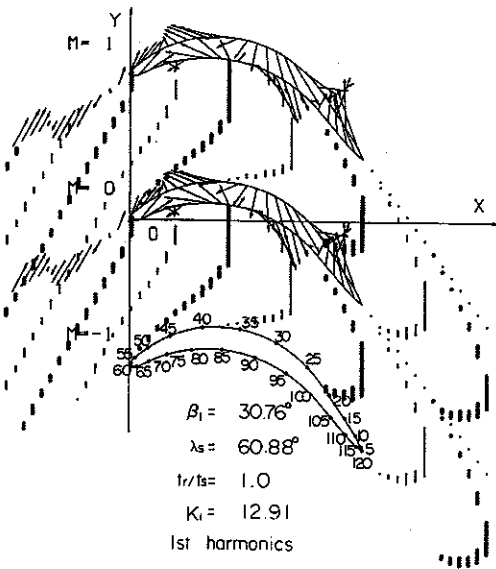


図7 等うず度線およびうず度による誘起速度

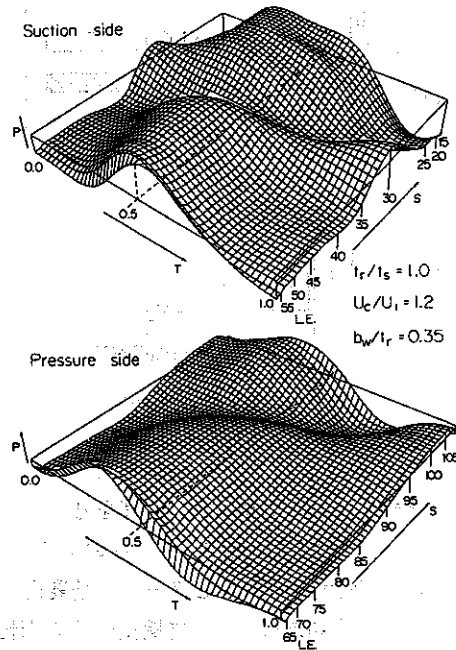


図8 翼面上圧力の時間変動(同位相)

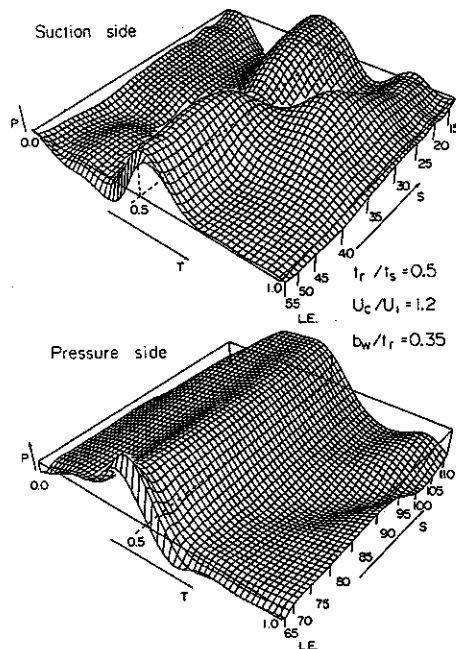


図9 翼面上圧力の時間変動(反位相)

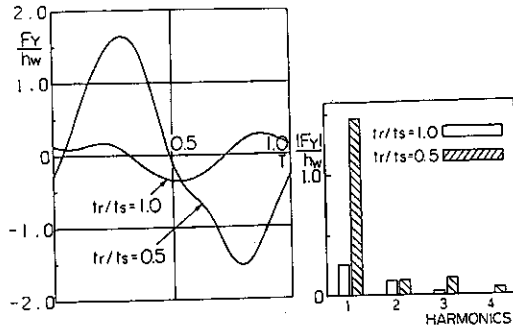


図 10 非定常流体力

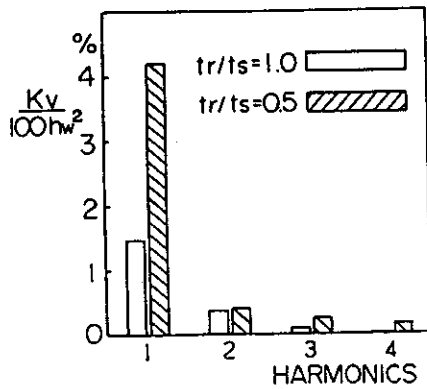


図 11 後流うずエネルギー

るタービン動翼列の非定常応答について、高次ハーモニクス成分を含む周期変動流のうず度を考慮した解析法を提示した。主な内容を列挙すると次のようになる。

(1) 周期変動流のうず度とタービン動翼列の有限定常負荷との干渉効果により、周期変動流の振幅、方向、波長が翼間内部流路および下流において著しく変

形することが明らかにされた。

(2) うず度保存則に基づく、周期変動流の変形を考慮した特異点解法により、非定常圧力分布、非定常流体力、後流うずエネルギーなどが計算された。

(3) 種々の翼列条件、速度分布形状についての計算例により、翼形状を含めこれらが非定常流体力等に及ぼす影響が検討され、また高次ハーモニクスの影響もあわせて考察された。

なお、本研究は昭和 57 年度文部省科学研究費一般研究(C)によるものの一部であることを記し、謝意を表する。

文 献

- (1) Kemp, N. H. and Sears, W. R., *J. Aeronaut. Sci.*, 22 (1955), 478.
- (2) Horlock, J. H., *Trans ASME, Ser. D*, 90-4 (1968), 494.
- (3) Naumann, H., and Yeh, H., *Trans ASME, Ser. A*, 95-1 (1973), 4.
- (4) Goldstein, M. E. and Atassi, H., *J. Fluid. Mech.*, 74 (1976), 741.
- (5) 西山・古橋, 機論, 47-418, B (昭 56), 1936.
- (6) Gakhov, F. D., *Boundary Value Problem*, (1966), 380, Pergamon Press.
- (7) 西山・矢野目, 機論, 45-394, B (昭 54), 763.
- (8) Adamczyk, J. J., *AGARD-CPP*, 177 Calif., (1975).
- (9) Keller, C., *Escher-Wyss. News*, (1935-3/4), 40.
- (10) Caruthers, J. E., *Symp Aeroelasticity, Lausanne*, (1980), 31.
- (11) Lakshminarayana, B., and Davino, R. M., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, 102-1 (1980), 50.
- (12) Meyer, R. X., *Trans ASME*, 80-7 (1958), 1544.
- (13) Lefcort, M. D., *Trans. ASME, Ser. A*, 87-4 (1965), 345.
- (14) Dring, R. P., ほか 3 名, *ASME Paper*, No. 82-GT-3 (1982).