

ノズル翼列の粘性後流をよぎるタービン動翼列の共振応答*
(特に、曲げねじり連成の共振振幅)

西山 哲男**, 船崎 健一***

Resonance Oscillation Response of Turbine Rotor Cascade to Viscous Wakes
of Upstream Nozzle Cascade
(Resonance Amplitude in Bending-Torsion Coupled Oscillation)

by Tetsuo NISHIYAMA and Kenichi FUNAZAKI

Forced oscillation responses of turbine rotor cascade to upstream viscous wakes, which are regarded as inviscid sinusoidal gust in the analysis, are studied. Taking the effects of the rotor steady loading on unsteady rotational flow around the non-oscillating cascade and irrotational flow around the oscillating cascade into account, vortex distributions over the rotor contours are determined by solving integral equations of Fredholm's type of second kind which are derived from the tangential flow conditions on non-oscillating and oscillating cascade respectively, and then the exciting forces by gust and damping forces by cascade oscillation are obtained. The general characteristics of forced oscillation responses are clarified from equations of motion for bending-torsion coupled oscillation and, in particular, some notable features of frequency and amplitude in resonance are considered through numerical examples.

Key Words: Unsteady Flow, Nozzle Wakes, Turbine Rotor Cascade, Exciting Forces, Damping Forces, Bending-Torsion Coupled Oscillation, Resonance Oscillation Amplitude

1. 緒 言

前段静翼列からの粘性後流中を回転する動翼列には励振力が誘発され、このため翼形は、曲げねじり連成の強制振動を受ける。特に共振状態に入ると、各振動モードの振幅が大きくなり、疲労破壊の原因となる。このため、動翼列の安全性や信頼性を確保するには、粘性後流による動的応答と共振特性を明らかにすることが基礎的な重要課題とされてきた。

すでに、粘性後流をよぎる圧縮機動翼列の共振応答に関しては、石原・船川⁽¹⁾、Hoyniakら⁽²⁾⁽³⁾による解析法がある。これらは、定常負荷のない平板翼列の非定常特性に基礎をおくもので、線形解析の立場をとることができる。一方、ノズル翼列の粘性後流をよぎるタービン動翼列の共振応答に関しては、いわゆる“ノズル共振”として知られ、専ら実験的研究が Heymann⁽⁴⁾、Riegerら⁽⁵⁾、Namura⁽⁶⁾によって行われてきた。解析的研究としては、タービン動翼列の動的応答についての電算機による数値解法が、Krammer⁽⁷⁾、

Adamczyk⁽⁸⁾、Hodson⁽⁹⁾によって示されているが、数値例が少なく、普遍性に乏しいため、現段階では検討すべき問題を多く残しており、信頼性のある解析法の確立が強く要請されている。

一般に、ノズル翼列の粘性後流をよぎるタービン動翼列では、

(1) ノズル翼列下流は加速されたポテンシャル流れ領域と翼後縁下流の速度欠損をもつ粘性後流領域とから成っており、動翼列周方向には振幅の大きい周期変動流れであり、かつ動翼列の周速度が大きいため流入周波数が高く、非定常性が強い。

(2) タービン動翼列は、そり厚みの大きな翼形で構成され定常負荷が大きいことから、翼列内部流路における増速流れのじょう乱が大きく流れの転向も著しい。

という特徴がある。本解析ではこれらに対応して、非圧縮性流れにおけるノズル翼列からの粘性後流を非粘性周期変動うずあり流れとみなし、タービン動翼表面上に定常および非定常うずを分布させることによって流れ場を表示する、という基本的立場をとっている。

これによって、タービン動翼列の定常負荷と周期変動流れのもつうず度、また曲げねじり振動による変位との動的干渉効果など、タービン動翼列に固有な点をす

* 昭和60年8月28日 第933回講演会において講演、原稿受付 昭和60年1月31日。

** 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市荒巻字青葉)。

*** 正員、石川島播磨重工業(株) (〒188 東京都田無市)。

べて考慮することが可能で、信頼性の高い解析法が提示される。そして、数値計算例を通して、曲げねじり連成の共振応答特性全般、特に共振振幅についてその特徴を指摘する。

2. 基礎式

非圧縮性流れにおけるノズル翼列の粘性後流を非粘性周期変動うずあり流れと見なし、これをよぎるタービン動翼列に誘発される非定常流体力とモーメントが励振力となって動翼が曲げねじりの強制振動をするものとする。

さて、動翼のそり、厚みが大きく、定常流成分は有限な大きさとするが、相対流入速度に比し粘性後流の速度欠損は小さく、かつ翼弦長に比し振動振幅は十分小さいとして非定常流成分は微小な大きさであるとする。したがって、任意点の速度および翼面上のうず分布を次のようにおく。

$$\vec{q}(x, y; t) = \vec{q}_0(x, y) + \epsilon \vec{q}_1(x, y; t) + O(\epsilon^2) \quad (1)$$

$$\gamma(s; t) = \gamma_0(s) + \epsilon \gamma_1(s; t) + O(\epsilon^2) \quad (2)$$

ここに、 ϵ は非定常流成分の大きさを表している。一般に、定常流はうずなしであるが、非定常流はうずあり流れであるとする

$$\nabla \times \vec{q}_0 = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{q}_1 = \zeta_1 \quad (4)$$

さて、図1に示すように、弦長 c 、ピッチ t_r 、食違い角 λ_r の動翼列の m 番めの曲げ振動およびねじり中心 o_m まわりのねじり振動の変位ベクトルをそれぞれ $\epsilon \vec{h}_m$ 、 $\epsilon \vec{Q}_m \times \vec{o}_m s_m$ と表すと、連成振動の変位ベクトルは

$$\vec{A}_m(t) = \vec{h}_m + \vec{Q}_m \times \vec{o}_m s_m \quad (5)$$

となるから、 m 番翼の翼面上瞬間位置 s_m における接線流れの境界条件は

$$(\vec{q} \cdot \vec{n})_{s_m} = \epsilon \frac{\partial \vec{A}_m}{\partial t} \cdot \vec{n}_{s_m} \quad (6)$$

\vec{n} : 翼面外向き法線方向単位ベクトル

これを平均位置 s_m のまわりにテイラー展開し、式(1)を用いると、

$$\vec{q}_0 \cdot \vec{n}_{s_m} + \epsilon [\vec{q}_1 \cdot \vec{n}_{s_m} + \vec{q}_0 \cdot (\vec{Q}_m \times \vec{n}_{s_m}) + (\vec{A}_m \cdot \nabla) \vec{q}_0 \cdot \vec{n}_{s_m}] = \epsilon \frac{\partial \vec{A}_m}{\partial t} \cdot \vec{n}_{s_m} \quad (7)$$

任意の ϵ に対して式(7)が成立するには、

$$\vec{q}_0 \cdot \vec{n}_{s_m} = 0 \quad (8)$$

$$\vec{q}_1 \cdot \vec{n}_{s_m} + \vec{q}_0 \cdot (\vec{Q}_m \times \vec{n}_{s_m}) + (\vec{A}_m \cdot \nabla) \vec{q}_0 \cdot \vec{n}_{s_m} = \frac{\partial \vec{A}_m}{\partial t} \cdot \vec{n}_{s_m} \quad (9)$$

定常流の翼面上境界条件式(8)を満足するように定常うず分布 $\gamma_0(s)$ をあらかじめ決定しておく⁽¹¹⁾。次に、非定常じょう乱速度 \vec{q}_1 および翼面上うず分布 γ_1 を次のように二つの成分の和として表すことにする。

$$\vec{q}_1 = \vec{q}_{1c} + \vec{q}_{1v} \quad (10)$$

$$\gamma_1 = \gamma_{1c} + \gamma_{1v} \quad (11)$$

これを式(4)、(9)へ代入し、次の二つの場合を得る。

(1) 周期変動流れの境界条件:

$$\vec{q}_{1c} \cdot \vec{n}_{s_m} = 0 \quad (12)$$

$$\nabla \times \vec{q}_{1c} = \zeta_1 \quad (13)$$

式(12)は周期変動流れにおける動翼面上境界条件を示しており、式(13)より \vec{q}_{1c} は流入周期変動流を含み、動翼列によって生ずる非定常うずありじょう乱速度となる。

(2) 振動する時の境界条件:

$$\vec{q}_{1v} \cdot \vec{n}_{s_m} + \vec{q}_0 \cdot (\vec{Q}_m \times \vec{n}_{s_m}) + (\vec{A}_m \cdot \nabla) \vec{q}_0 \cdot \vec{n}_{s_m} = \frac{\partial \vec{A}_m}{\partial t} \cdot \vec{n}_{s_m} \quad (14)$$

$$\nabla \times \vec{q}_{1v} = 0 \quad (15)$$

式(14)は振動する動翼面上境界条件を示しており、式(15)より \vec{q}_{1v} は一様流において曲げねじりする動翼列によって生ずる非定常うずなしじょう乱速度となる。

3. 周期変動流れにある動翼列

3.1 非定常うず分布の決定 図1に示すように、相対流入速度 W_1 の軸流成分を U_1 、動翼列の周速度を U_c とし、ピッチ t_s 、振幅 w_c 、周波数 ω の周期変動流れの第1ハーモニクス成分のみを考えることにし、その x, y 速度成分およびうず度は

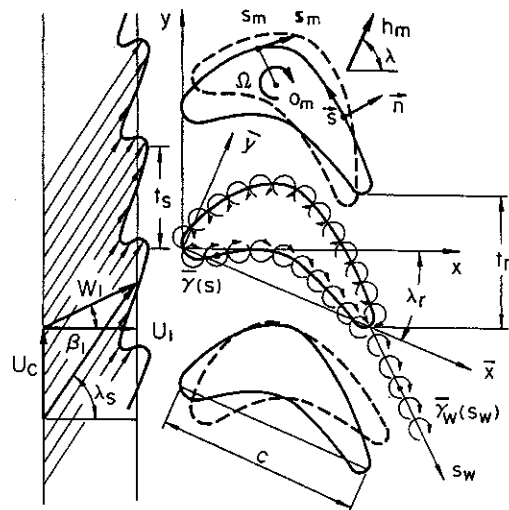


図1 座標系および速度三角形

$$\begin{aligned} u_c(x, y; t) &= \bar{w}_c (\cos \lambda_s) e^{j(k_t t + k_x x + k_y y)} \\ v_c(x, y; t) &= \bar{w}_c (\sin \lambda_s) e^{j(k_t t + k_x x + k_y y)} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\zeta_c(x, y; t) = -j\bar{w}_c \frac{k_y}{\cos \lambda_s} e^{j(k_t t + k_x x + k_y y)} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに

$$k = \omega c / W_1, \quad \omega = 2\pi U_c / t_s \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$k_x = -k_y \tan \lambda_s, \quad k_y = 2\pi c / t_s,$$

$$\lambda_s = \tan^{-1} \left\{ \frac{U_c}{U_1} + \tan \beta_1 \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

さて、式(16)、(17)に対応して、非定常じょう乱速度 $\bar{q}_{1c}(u_{1c}, v_{1c})$ 、うず分布 γ_{1c} およびうず度 ζ_1 を

$$\begin{pmatrix} u_{1c} \\ v_{1c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{u}_{1c}(x, y) \\ \bar{v}_{1c}(x, y) \end{pmatrix} e^{jkt} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\gamma_{1c} = \bar{\gamma}_{1c}(s) e^{jkt} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\zeta_1 = \bar{\zeta}_1(x, y) e^{jkt} \quad \dots\dots\dots (22)$$

とおく。定常速度 $\bar{q}_0(U_0, V_0)$ を用いて線形化された非粘性流れのうず度保存則

$$jk\bar{\zeta}_1 + U_0 \frac{\partial \bar{\zeta}_1}{\partial x} + V_0 \frac{\partial \bar{\zeta}_1}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

より、定常流線に沿って運搬されるうず度は

$$\bar{\zeta}_1(x, y) = A \exp \left[-jk \int_0^s \frac{ds'}{q_0(s')} \right] \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 A は動翼列上流位置における式(17)との接続条件より決定される。これを基に、周期変動流れが翼間流入位相差 σ で動翼列へ流入する時の非定常じょう乱速度が、式(13)の解として求められる。これは、うずなしの成分 ($\bar{u}_{1c}^R, \bar{v}_{1c}^R$) とうずありの成分 ($\bar{u}_{1c}^L, \bar{v}_{1c}^L$) から成立しており、境界条件式(12)より非定常うず分布 $\bar{\gamma}_{1c}(s)$ に関する第2種フレドホルム形積分方程式が得られる⁽¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} & -\frac{\bar{\gamma}_{1c}}{2\bar{w}_c} \frac{ds}{d\theta} + \int_0^{2\pi} \{k_{1c}(\theta, \varphi) + k_{2c}(\theta)\} \\ & \times \frac{\bar{\gamma}_{1c}}{\bar{w}_c}(\varphi) \frac{ds}{d\varphi} d\varphi \\ & = -\left(\frac{\bar{u}_{1c}^R}{\bar{w}_c} \frac{dx}{d\theta} + \frac{\bar{v}_{1c}^R}{\bar{w}_c} \frac{dy}{d\theta} \right) \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned} k_{1c}(\theta, \varphi) &= \frac{1}{4t_r} \left\{ f(x) \left(\frac{dx}{d\theta} + j \frac{dy}{d\theta} \right) \right. \\ & \left. + f(\bar{x}) \left(\frac{dx}{d\theta} - j \frac{dy}{d\theta} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{2c}(\theta) &= -\int_0^\infty \frac{jk}{q_0(s_w)} \exp \left\{ -jk \int_0^{s_w} \frac{ds'_w}{q_0(s'_w)} \right\} \\ & \times k_{1c}(\theta, s_w) ds_w \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

かつ

$$f(x) = e^{j(\pi - \sigma)x} \operatorname{cosec} \pi x$$

$$\begin{aligned} x &= \{j(x-x') - (y-y')\} / t_r \\ \sigma &= 2\pi t_r / t_s \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (28)$$

式(25)の数値解法に関しては省略する⁽¹¹⁾。

3.2 励振力およびモーメント オイラーの運動

方程式を定常流線に沿って積分すると、翼面上の非定常圧力分布は

$$\begin{aligned} \bar{p}(\theta) &= -\rho \left\{ \gamma_0(\theta) \bar{\gamma}_{1c}(\theta) \right. \\ & \left. + jk \int^{\theta \pm} \bar{\gamma}_{1c}(\varphi) \frac{ds_p}{d\varphi} d\varphi + R \right\} \quad \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned} R &= -(U_0 \bar{u}_{1c} + V_0 \bar{v}_{1c})_{-\infty} \\ & + jk \int (\bar{u}_{1c} \frac{dx}{ds'} + \bar{v}_{1c} \frac{dy}{ds'}) ds' \end{aligned}$$

これより励振力および点 (x_0, y_0) まわりのモーメントは

$$\begin{pmatrix} \bar{F}_{xG} \\ \bar{F}_{yG} \end{pmatrix} = \int_0^{2\pi} \bar{p}(\theta) \begin{pmatrix} -\frac{dy}{d\theta} \\ \frac{dx}{d\theta} \end{pmatrix} d\theta = \rho W_1^2 c \frac{\bar{w}_g}{W_1} \begin{pmatrix} \bar{C}_{F_{xG}} \\ \bar{C}_{F_{yG}} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_G &= \int_0^{2\pi} \left\{ (x-x_0) \frac{dx}{d\theta} + (y-y_0) \frac{dy}{d\theta} \right\} \bar{p}(\theta) d\theta \\ & = \rho W_1^2 c^2 \frac{w_g}{W_1} \bar{C}_{MG} \quad \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

4. 曲げねじり振動する動翼列

4.1 非定常うず分布の決定 翼間振動位相差 σ を用いると、 m 番翼の円振動数 ω の曲げおよびねじり中心 (x_R, y_R) まわりのねじり振動による変位ベクトル式(5)の複素表示は

$$\begin{aligned} \vec{A}_m &= \{ \bar{h} e^{i\lambda} + i\bar{a}(z-z_R) \} e^{j(m\sigma + kt)} \\ |\vec{Q}| &= \bar{a} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (32)$$

これより、翼面上境界条件式(14)において左辺第1項以外はすべて既知となる。翼面上非定常うず分布 γ_{1v} を

$$\gamma_{1v} = \gamma_{1v,p} + \gamma_{1v,t} \quad \dots\dots\dots (33)$$

とおき、定常速度 \bar{q}_0 の変化の著しい翼前縁近傍での精度低下を防止するために、Atassi ら⁽¹²⁾、Whitehead ら⁽¹³⁾ にならって

$$\gamma_{1v,t} = -(\vec{A}_m \cdot \nabla) \bar{q}_0 \cdot \vec{t} \quad \dots\dots\dots (34)$$

\vec{t} : 翼面接線方向単位ベクトル

とおく。 $\gamma_{1v,t}$ は翼まわりの非定常循環に無関係であるので、後流うず γ_w は、

$$\bar{\gamma}_w(s_w) = -\frac{jk}{q_0(s_w)} \left[\int \bar{\gamma}_{1v,p}(s) ds \right]$$

$$\times \exp\left(-jk \int^{s_w} \frac{ds'_w}{q_0(s'_w)}\right) \dots\dots\dots (35)$$

したがって、式(33)~(35)を境界条件式(14)へ代入すると

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} [k_{1v}(\theta, \varphi) + k_{2v}(\theta)] \bar{\gamma}_{1v,p}(\varphi) \frac{ds}{d\varphi} d\varphi \\ &= -\bar{\alpha}\gamma_0(s) \frac{ds}{d\theta} + jk \left\{ [\bar{h} \cos \lambda \right. \\ & \left. - \bar{\alpha}(y-y_R)] \frac{dy}{d\theta} - [\bar{h} \sin \lambda + \bar{\alpha}(x-x_R)] \frac{dx}{d\theta} \right\} \\ & \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned} k_{1v}(\theta, \varphi) &= \frac{1}{4t_r} \left\{ f(x) \left(-j \frac{dx}{d\theta} + \frac{dy}{d\theta} \right) \right. \\ & \left. + f(\bar{x}) \left(j \frac{dx}{d\theta} + \frac{dy}{d\theta} \right) \right\} \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{2v}(\theta) &= -\int_{s_w}^{\infty} \frac{jk}{q_0(s_w)} \exp\left\{-jk \int^{s_w} \frac{ds'_w}{q_0(s'_w)}\right\} \\ & \times k_{1v}(\theta, s_w) ds_w \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

式(36)は非定常うず分布 $\bar{\gamma}_{1v,p}$ に関する第1種フレドホルム形積分方程式であるが、これを数値計算に有利な第2種形へ変換すると⁽¹⁴⁾、次式となる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \bar{\gamma}_{1v,p} \frac{ds_p}{d\theta} + \int_0^{2\pi} L(\theta, \varphi) \bar{\gamma}_{1v,p} \frac{ds_p}{d\varphi} d\varphi \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(\theta') \cot \frac{\theta-\theta'}{2} d\theta' \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned} L(\theta, \varphi) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ k_{1v}(\theta', \varphi) + k_{2v}(\theta') \right. \\ & \left. - \frac{1}{4\pi} \cot \frac{\varphi-\theta'}{2} \right\} \cot \frac{\theta-\theta'}{2} d\theta' - \frac{1}{4\pi} \\ & \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(\theta) &= -\bar{\alpha}\gamma_0 \frac{ds}{d\theta} + jk \left\{ [\bar{h} \cos \lambda - \bar{\alpha}(y-y_R)] \frac{dy}{d\theta} \right. \\ & \left. + [\bar{h} \sin \lambda + \bar{\alpha}(x-x_R)] \frac{dx}{d\theta} \right\} \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

式(39)の数値解法に関しては省略する⁽¹¹⁾。

4.2 減衰力およびモーメント 翼振動の平均位置の翼面上圧力を

$$p_s = p_{0s} + \epsilon p_{1s} + O(\epsilon^2) \dots\dots\dots (42)$$

とおくと、瞬間位置における翼面上圧力はテイラー展開によって

$$p_s = p_{0s} + \epsilon p_{1s} = p_{0s} + \epsilon \{ p_{1s} + (\bar{A} \cdot \nabla) p_{0s} \} \dots\dots\dots (43)$$

一方、オイラーの運動方程式より

$$-\frac{\nabla p}{\rho} = (\bar{q}_0 \cdot \nabla) \bar{q}_0 + \epsilon \left[\frac{\partial \bar{q}_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{q}_0 \cdot \bar{q}_1) \right] \dots\dots\dots (44)$$

したがって、式(42)を式(44)へ代入し、定常流線に沿

って積分して次式を得る。

$$p_{0s} = -\frac{\rho}{2} (\bar{q}_0 \cdot \bar{q}_0) \dots\dots\dots (45)$$

$$p_{1s} = -\rho \left[(\bar{q}_0 \cdot \bar{q}_1) + \frac{\partial}{\partial t} \int^s \bar{q}_{1v} \cdot \bar{s} ds' \right] \dots\dots\dots (46)$$

式(45)、(46)を式(43)へ代入し、瞬間位置での非定常圧力分布 $p_{1,s}$ は結局次式で計算される。

$$\bar{p}_{1,s} = -\gamma_0 \bar{\gamma}_{1v,p} \pm jk \int^{s \pm} \{ \bar{\gamma}_{1v,p} + \bar{\gamma}_{1v,i} \} ds' \dots\dots\dots (47)$$

ここに、+、-はそれぞれ翼の背面、腹面を示すものとする。これより、減衰力およびモーメントは、

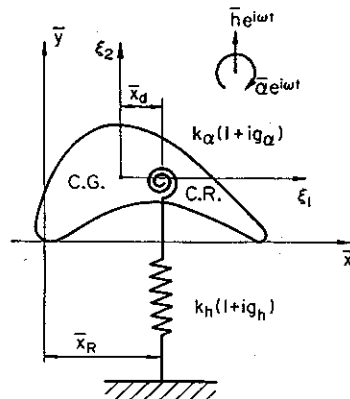
$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{F}_{x_2} \\ \bar{F}_{y_2} \end{pmatrix} &= \int_0^{2\pi} \bar{p}_{1s}(\theta) \begin{pmatrix} -\frac{dy}{d\theta} \\ \frac{dx}{d\theta} \end{pmatrix} d\theta \\ & - \bar{\alpha} \int_0^{2\pi} p_{0s}(\theta) \begin{pmatrix} \frac{dx}{d\theta} \\ \frac{dy}{d\theta} \end{pmatrix} d\theta \\ &= \rho W_1^2 c \left(\frac{\bar{h}/c}{\bar{\alpha}} \right) \begin{pmatrix} \bar{C}_{Fx_2} \\ \bar{C}_{Fy_2} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_a^h &= \int_0^{2\pi} \left[(x-x_R) \frac{dx}{d\theta} + (y-y_R) \frac{dy}{d\theta} \right] \bar{p}_{1s}(\theta) d\theta \\ &= \rho W_1^2 c^2 \left(\frac{\bar{h}/c}{\bar{\alpha}} \right) \bar{C}_{m_a}^h \dots\dots\dots (49) \end{aligned}$$

5. 共振応答

タービン動翼形の断面主軸方向 (ξ_1, ξ_2) に座標軸を図2のようにとり、 ξ_2 方向の曲げ、 (\bar{x}_R, \bar{y}_R) まわりのねじり振動をするものとする。曲げねじりに対する構造減衰 g_h, g_a を導入すると、翼形を含む二自由度質量-ばね系の振動方程式は

$$m\ddot{h} - S_a \ddot{a} + k_h(1 + jg_h)h = L(t) \dots\dots\dots (50)$$



C.G.: Center of Gravity (\bar{x}_G, \bar{y}_G)
C.R.: Center of Rotation (\bar{x}_R, \bar{y}_R)

図2 二自由度質量-ばね系

$$-S_a \ddot{h} + I_a \ddot{\alpha} + k_a(1 + jg_a)\alpha = M(t) \quad \dots\dots\dots(51)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} m &= \int dm, \quad S_a = \int (x - \bar{x}_R) dm \\ I_a &= \int (x - \bar{x}_R)^2 dm \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(52)$$

曲げねじりの固有振動数 ω_h, ω_a は

$$\omega_h = \sqrt{\frac{k_h}{m}}, \quad \omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{I_a}} \quad \dots\dots\dots(53)$$

式(50), (51)の $L(t), M(t)$ は励振力と減衰力の二つから成り、強制振動を考えているので、両者の振動数は同一となる。したがって、振動モードについては式(32)、励振力は式(30), (31)、減衰力は式(48), (49)を用いると、結局振動方程式は次式となる。

$$A \cdot D = C \quad \dots\dots\dots(54)$$

ここに

$$A = \begin{bmatrix} \bar{C}_{Fh} + \mu\{k^2 - k_h^2(1 + jg_h)\}, & \bar{C}_{Fa} - k^2 \mu \bar{x}_d \\ \bar{C}_{Mh} - k^2 \mu \bar{x}_d, & \bar{C}_{Ma} + \mu^2 R_a^2\{k^2 - k_a^2(1 + ig_a)\} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(55)$$

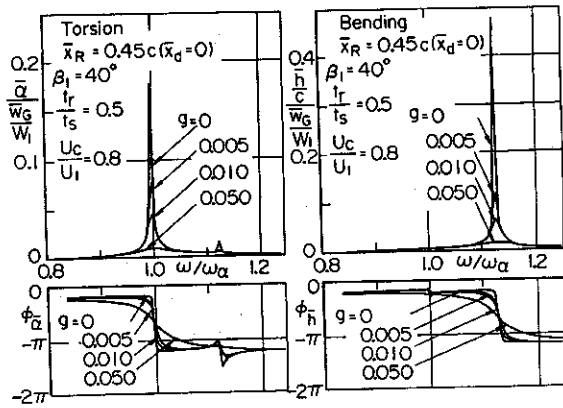


図3 重心まわりの曲げねじり振動振幅の振動数による変化

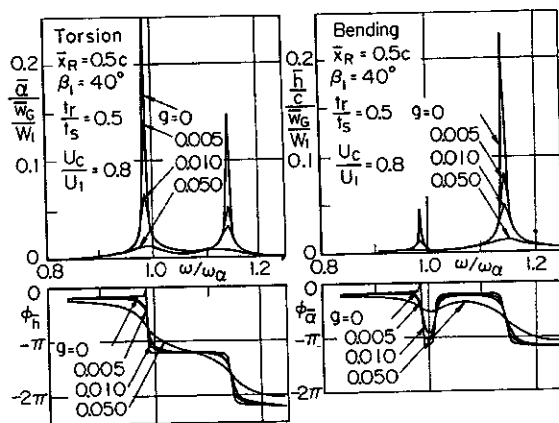


図4 翼弦中点まわりの曲げねじり振動振幅の振動数による変化

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\bar{h}}{c} / \frac{\bar{w}_c}{W_1} \\ \bar{a} / \frac{\bar{w}_c}{W_1} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -\bar{C}_{FG} \\ -\bar{C}_{MG} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(56)$$

$$\mu = m/\rho c^2, \quad \bar{x}_a = S_a/mc, \quad R_a = \sqrt{I_a/mc^2} \\ k_h = \omega_{hc}/W_1, \quad k_a = \omega_{ac}/W_1 \quad \dots\dots\dots(57)$$

これより、周期変動流れの中で曲げねじり連成振動するタービン動翼列の共振振動数、共振振幅など共振応答特性を求めることができる。

6. 数値例と考察

節弦比 0.584, 食違い角 20° のタービン動翼列の翼形の概略は図8に示すが、詳細は省略する⁽¹⁵⁾。なお、重心の座標は $\bar{x}_c = 0.45c, \bar{y}_c = 0.19c$ である。関与するパラメータのうち、次の三つの場合について数値的検討と考察を行った。

6・1 強制振動特性 質量比 $\mu = 250$, 剛性比 $\omega_h/\omega_a = 1.12$ および構造減衰 $g_h = g_a = g$ としてある。流入角、流量係数およびピッチ比を固定 ($k = 3.30$) して、ねじりモード固有振動数 ω_a を変化させ強制振動させた時の曲げねじり振動振幅の変化を、二つのねじり中心について、構造減衰をパラメータにして図3, 4に示す。ねじり中心が重心に一致すると静的不釣り合いがなくなるために曲げとねじりの各モードの連成はなく、共振はそれぞれの振動モードの固有振動数におい

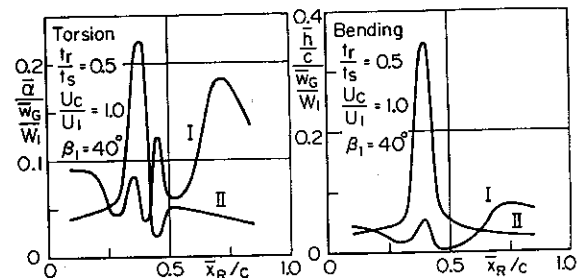


図5 共振振幅のねじり中心位置移動による変化

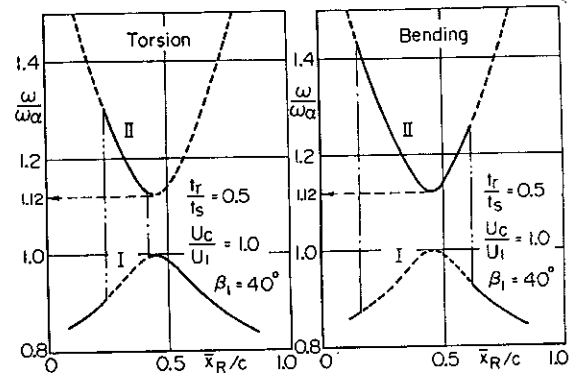


図6 共振振動数のねじり中心位置移動による変化

て発生するだけである。ねじり中心が翼弦中点まわりにある場合は連成の影響が現れ、それぞれの振動モードの固有振動数近傍で共振が発生するとともに、他のモードの固有振動数近傍の共振が見られる。一般に、いずれの場合も構造減衰が増加するとともに共振点での振幅は急減し、位相も緩慢な変化を示している。

6.2 ねじり中心位置の影響 6.1節の場合と同様の状態で構造減衰がない場合について、曲げねじりモードそれぞれの二つの共振点における振幅のねじり中心位置の移動による変化を図5に示してある。ねじりと曲げモードそれぞれの固有振動数近傍での共振点をそれぞれI, IIとすると、ねじりモードの共振振幅は、Iではほぼ $0.7c$ に、IIではほぼ $0.4c$ に、曲げモードの共振振幅はIIではほぼ $0.4c$ にねじり中心がある時にそれぞれ最大値をもっているが、全体としてはねじり中心位置の移動によって、自らの固有振動数近傍における共振振幅のほうが他の固有振動数近傍の共振振幅の変化に比し複雑に変化している。

図5に対応して、図6には二つの共振点I, IIにおける振幅の大小関係とともに、共振振動数のねじり中心位置移動による変化を示している。ねじり中心位置が翼弦上を前縁より後縁へ移動するとともに共振振動数は、ねじりモード共振点Iでは増加した後に減少しており、最大値はほぼ $0.45c$ にねじり中心がある時である。これに比し、曲げモード共振点IIでは全く正反対の傾向が見られ、全般的には本例では、共振振動数はねじりモードでは低く曲げモードでは高い。また、実線に示すようにねじりモードでは共振点Iで一般に

共振振幅が大きい、一部に共振点IIでの共振振幅が大きい領域が存在する。同様に、曲げモードでも共振点IIで一般に共振振幅が大きい、一部に共振点Iでの振幅が大きい領域が存在する。

6.3 ピッチ比の影響 質量比500, 剛性比1.12および構造減衰がない場合について、励振振動数 ω とねじりモード固有振動数 ω_n を変化させ、曲げとねじりモードのそれぞれの二つの共振振幅のうち、大きいものについて考察する。ピッチ比は翼間位相差のみならず励振振動数にも関与し、重要なパラメータである。図7には、流量係数を固定したときのピッチ比による共振振幅の変化を、流入角とねじり中心位置の二つの場合について示している。なお、ピッチ比によるタービン動翼列内部における粘性後流列の相対位置関係を、等うず度線(速度欠損の最大位置)を用いて図8に示してある。ピッチ比が増すに伴い、いずれのモードの共振振幅も減少している。特に t_r が t_s よりも小さい領域では、流入角 40° の場合が 20° の場合より共

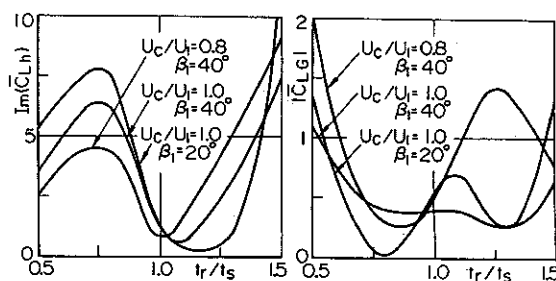


図9 曲げ振動による減衰力(左図)および周期変動流れによる励振力(右図)のピッチ比による変化

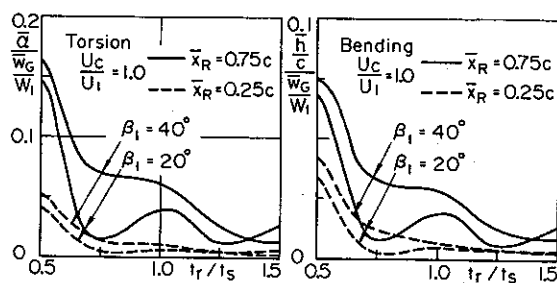


図7 共振振幅のピッチ比による変化

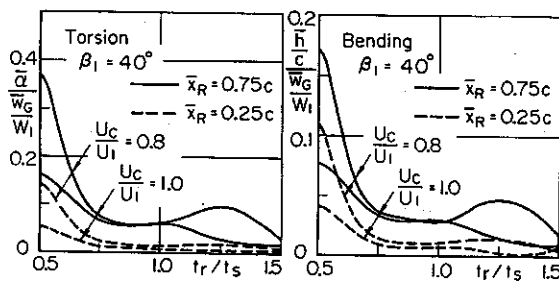


図10 共振振幅のピッチ比による変化

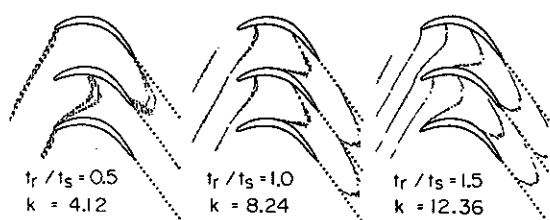


図8 等うず度線の相対位置のピッチ比による変化 ($U_c/U_1=1, \beta_1=40^\circ$)

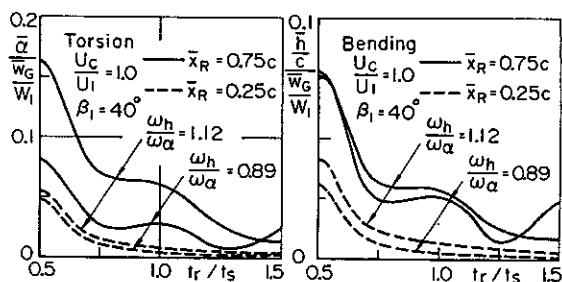


図11 共振振幅のピッチ比による変化

振振幅が大きい、 t_r が t_s よりも大きくなると流入角による差は小さくなる傾向にある。またねじり中心位置が $0.75c$ にある時の共振振幅は、 $0.25c$ にある時よりも一般に大きく、この傾向は流入角が大きいほど、また、特にねじりモードのほうに著しい。図9に示すように、流入角の影響については、 t_r が t_s より小さい領域では曲げモードの減衰力は流入角 40° の場合が 20° の場合よりも小さいのに比し、周期変動流れによって誘発される励振力は流入角 40° の場合が 20° の場合より大きく、また、 t_r が t_s より大きい領域ではこの逆であることが理由の一つに挙げられる。

流入角を固定しピッチ比を変化させたときの共振振幅を、流量係数とねじり中心位置の二つの場合について図10に示してある。いずれの振動モードにおいても、流量係数が大きくなると共振振幅は増しており、特に t_r が t_s より小さい領域で著しい。これは図9に明らかなように、 t_r が t_s より小さい領域では流量係数が大きくなると励振力が大きく減衰力が小さくなることの一つの理由である。また、ねじり中心が $0.25c$ より $0.75c$ に移動すると共振振幅は大きくなるが、その増加量は、流量係数が大きくなると t_r が t_s より小さい領域では大きい、 t_r が t_s より大きい領域ではほぼ不変である。

流入角と流量係数を固定し、ピッチ比を変化させた時の共振振幅を、剛性比とねじり中心位置の二つの場合について図11に示してある。ねじり中心位置が $0.25c$ より $0.75c$ に移動すると、共振振幅の増加量は剛性比 1.12 の場合が 0.89 の場合に比し著しく大きく、ピッチ比にほぼ無関係にねじりモードにおいて特に著しい。

7. 結 言

非圧縮性流れにおけるノズル翼列の粘性後流をよぎるタービン動翼列について、曲げねじり連成振動する時の共振応答特性を求める精度の高い解析法を提示し、さらに、共振振幅について検討考察を行った。主な内容を要約すると次のようになる。

(1) ノズル翼列の粘性後流をよぎるタービン動翼列の強制振動に関しては、定常流を有数量、非定常流を微量とする見地からは、非粘性周期変動うずあり流れにある動翼列の動的応答問題と一様流入ポテンシャル流れにある動翼列の振動問題とに分割して扱うこ

とができることを示した。

(2) 粘性後流を非粘性周期変動うずあり流れと見なし、うず度保存則を満たす非定常うずあり流れを、動翼面上うず分布によって表示し、特にうず度と翼の定常負荷との干渉効果が考慮された。翼面上境界条件からうず分布を決定するための積分方程式を導き、これより動翼に作用する励振力を求める解析法が示された。

(3) 一様流において曲げねじり連成振動する動翼列まわりの非定常うずなし流れを、動翼面上のうず分布によって表示し、特に振動変位と定常負荷との干渉による非定常成分が考慮された。翼面上境界条件からうず分布を決定するための積分方程式を導き、これより動翼に作用する減衰力を求める解析法が示された。

(4) 上記(2)、(3)で求められた励振力および減衰力に基づいて、曲げねじりの二自由度連成振動方程式から動翼の強制振動一般、特に共振応答特性を求める方法が示された。数値資料によって、共振点における振動数および振幅について、ねじり中心位置、流入位相差(または振動位相差)、流入角、流量係数、剛性比などの影響について検討した。

なお、本研究に文部省科学研究費による研究の一部であることを付記し、謝意を表する。

文 献

- (1) 石原・船川, 機論, 45-397, B(昭54), 1213.
- (2) Hoyniak, D. S. and Fleeter, S., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, 105-12(1983), 375.
- (3) Hoyniak, D. S. and Fleeter, S., *J. Aircraft*, 21-4(1984), 278.
- (4) Heymann, F. J., *Trans. ASME, Ser. A*, 91-10(1969), 223.
- (5) Rieger, N. F. and Wicks, A. L., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, 100-10(1978), 525.
- (6) Namura, K., *Proc. ASME Symp. Fluid/Struct. Interactions in Turbomachinery*, (1981), 25.
- (7) Krammer, P., *ASME Paper*, 82-GT-198(1982).
- (8) Adamczyk, J. J., *AGARD*, CPP-177(1975).
- (9) Hodson, H. P., *ASME Paper*, 84-GT-43(1984).
- (10) 西山・船崎, 機論, 50-454, B(昭59), 1476.
- (11) 西山・矢野目, 機論, 45-394, B(昭54), 763.
- (12) Atassi, H. and Akai, T. J., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, 102-4(1980), 344.
- (13) Whitehead, D. S. and Grant, R. J., *Proc. Symp. Aeroelasticity in Turbomachines*, (1981), 86.
- (14) 西山・村田, 機論, 44-381(昭53), 1552.
- (15) 西山・ほか2名, 機論, 50-459, B(昭59), 2508.

討 論

〔質問〕 植西 晃

〔(株)日立製作所機械研究所〕

極めて複雑、難解な問題を解かれ、動翼の共振応答について貴重な結果を得られたことに対し敬意を表す。

(1) 振動する動翼に対する空力減衰の効果はどの程度あるのか。例えば図3, 4に構造減衰の影響が示されているが、空力減衰を無視した場合の応答について検討されていたらご説明願いたい。

また図9に空力減衰力が示されているが、自励振動に関連して、負の減衰力となる条件を見いだすことができるのか。

(2) 貴論文においては、動翼の振動応答として、励振力と減衰力が作用した結果として動翼は曲げとねじりのモードで振動し、位相は図3, 4のようにそれぞれの条件において求められている。他方実際的な立場からすれば、動翼は複数枚の群翼に連結される場合が多く、その場合には、翼間に拘束力が作用し、曲げとねじりの位相差があらかじめ定められることになる。このような問題を解く場合には、貴解析法に拘束力の項を付加すればほぼ同様な手法で解けると考えてよいのか。

〔回答〕 (1) 本研究では、ノズル翼列からの粘性後流によって、タービン動翼列が強制振動する時の共振応答を求める解析法を提示することを目的の一つとしているので、振動に伴う空力減衰力は当然考慮すべきものとして、当初より振動方程式の中に入れてある。空力減衰力を全く無視した場合については、特に検討はしていない。また、本論文の4章に述べた方法だけを用いることによりタービン動翼列の自励振動、すなわちフラッタ発生のための負の空力減衰力となる条件を見いだすことは、可能である。

(2) タービン動翼が、粘性後流による励振力を受け強制振動する時、特にその共振状態では、曲げねじり振動における振動数および翼間振動位相差は、周期変動流れの周波数および流入位相差にそれぞれ全く等しいとしている。ご質問の複数の連結された翼群の場合は、翼群ごとの曲げねじりの振動数と振動位相差は、周期変動流れの周波数および流入位相差とは、一般に異なっていると考えられる。翼列軸方向に振動数は同一であるが、数ピッチごとに位相差があるタービン動翼列の空力減衰力の解析法については、今後の研

究に待ちたい。

〔質問〕 石原 国彦

〔川崎重工業(株)技術研究所〕

タービン翼列に対し、粘性後流による非定常空気力(強制外力)と振動による非定常空気力(空力減衰)を精密に計算され、翼の曲げねじれ連成振動を解析されたことに敬意を表す。

(1) 4128 ページ右欄下3行めで「ねじり中心が重心に一致すると…各モードの連成はなく」とあるが、式(55)では \bar{C}_{Fa} , \bar{C}_{Mh} による空力連成があり、それが図3のTorsionの図で $\omega/\omega_n=1.12$ でわずかに振幅が大きくなっている原因かと思われるので、この記述があったほうがよいように思うがいかがか。

(2) 式(50)における構造減衰 g_n は、共振点では、 $g_n=2\zeta$ (ζ :減衰比)となると思われる。図3に示される $g_n=0.05$ という数値はかなり小さい減衰だと思いが図では過減衰の様相を呈している。これは空力減衰がかなり大きいことを意味していると思われる。そこで、空力減衰と構造減衰の量的比較をお示し願いたい。

(3) 4125 ページ左欄式(5)の下で「接線流れの…」とあるが、式(6)をみると法線方向の境界条件となっている。これで正しいのか。

〔回答〕 (1) ねじり中心が重心に一致する場合は、振動学的連成はないという意味の記述である。しかし、空力的連成はあって、わずかながら振幅変化が生じている。

(2) 本研究では、ノズル翼列からの粘性後流によるタービン動翼列の共振応答に対する翼列配置、ねじり中心および流量係数などのパラメータの影響を明らかにすることを目的の一つとしている。構造減衰効果については、図3, 4に示す程度の数値計算を行っただけで、空力減衰と構造減衰の量的比較は特に行っていない。本数値例では、構造減衰値はHoyaniakら⁽²⁾と同一値を採用しているが、Namura⁽⁶⁾によると、対数減衰率 δ は0.002~0.01という実験値を得ており、これより、構造減衰値0.05が格別に小さいとは言えないと考えている。

(3) 接線流れの条件は、流体粒子が翼表面に沿って流れるという意味であり、これを振動する翼表面について法線方向速度成分を用いて表しているの、表現に問題はないと考えている。