

## 周期変動流れの渦度と翼列の定常負荷との干渉\* (タービン動翼列における渦度効果)

西山 哲男\*<sup>1</sup>, 船崎 健 —\*<sup>2</sup>

### Aerodynamic Interactions between the Steady Cascade Loading and Inflow Gust Vorticity (Vorticity Effect in Turbine Rotor Cascade)

Tetsuo NISHIYAMA and Kenichi FUNAZAKI

The aim of the present paper is to show that the aerodynamic interactions between the gust vorticity and steady loading of a rotor cascade play a significantly important role, particularly in a turbine cascade by regarding the viscous wake rows shed by upstream nozzle cascade as inviscid sinusoidal gust. Through some notable deformations of equi-vorticity lines within rotor passage obtained numerically by formerly proposed method of analysis, the well known negative jet model, shearing of equi-vorticity lines over the rotor surface and its downstream, unsteady secondary flow by pair vortices etc are shown to be well explained. Further significant influences of the vorticity on the surface pressure distributions, the tangential and axial fluid forces and moment are clarified by numerical examples in the circumferential velocity and inflow gust phase.

**Key Words:** Sinusoidal Gust, Turbine Rotor Cascade, Equi-vorticity Lines, Rotor Steady Loading, Vorticity Effect, Unsteady Fluid Forces, Unsteady Pressure Distribution

#### 1. 緒 言

ターボ機械の静翼列と動翼列とは相互に接近して、相対運動をしているので、上流側静翼列の粘性後流による下流側動翼列の非定常応答は羽根の振動・騒音の発生評価や軽減対策の点から重要な基礎問題の一つである。

従来、流入する周期変動流れに対する翼列の非定常応答は、もっぱら Kemp-Sears の解析法<sup>(1)</sup>に準拠してきており、圧縮機翼列に関して多くの研究がある。これに対して、著者らは先にタービン動翼列について渦度保存則に基づく特異点解法による非定常応答解析法を提示した<sup>(2)</sup>。次いで、これにより算出したタービン動翼列の非定常圧力分布、流体力についてはガスト風洞による測定結果との比較検討を通して、その妥当性を確認している<sup>(3)</sup>。

本論文は、流入する周期変動流れの渦度とタービン動翼列の定常負荷との動的干渉が、翼列内部流路および下流における非定常流れや翼表面非定常圧力分布お

よび非定常流体力に決定的影響を与えることを、提示した解析法<sup>(2)</sup>による数値例を通して指摘するとともに、最近における上流側静翼列からの粘性後流の挙動に関する解析的<sup>(4)(5)</sup>および実験的<sup>(6)-(8)</sup>研究成果と比較検討することを目的としている。この結果、Kemp-Sears の解析法がタービン動翼列に関しては適用できない理由が明確となり、また翼列内部流路における上流側粘性後流の挙動に関して、非粘性流れにおける負の噴流モデル<sup>(9)(10)</sup>や熱線による詳細な計測結果<sup>(6)(7)</sup>などに対して、渦度に基づく解析的説明が与えられること、さらに非定常流体力におよぼす渦度効果が解明されたことなど、この面からも解析法の立脚点や方法の妥当性を確認することができた。なお、用いた数式や記号は、すべて既報<sup>(2)</sup>と同一であるので、ここではすべて省略してある。

#### 2. Kemp-Sears の解析法の仮定

周期変動流れに対する圧縮機翼列の動的応答解析法は Kemp-Sears<sup>(1)</sup>により提示され、一つの規準となったが、流入する周期変動流れについて暗黙のうちにとられていると考えられる仮定は

(i) 周期変動流れの波長に比し、振幅は 1 次の微小量  $o(\varepsilon)$  である

\* 昭和 63 年 10 月 19 日 第 66 期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和 63 年 3 月 4 日。

\*<sup>1</sup> 正員、岩手大学工学部 (〒020 盛岡市上田四丁目 3-5)。

\*<sup>2</sup> 正員、石川島播磨重工業 (〒190-12 東京都西多摩郡瑞穂町鎌ヶ谷 229)。

(ii) 周期変動流れは、流入速度にて対流的に伝ばする

(iii) 周期変動流れの波長、振幅ともに伝ば過程では不変である

(iv) 周期変動流れの速度のみが境界条件に關与するの4点が挙げられる。いずれも定常負荷のない翼列へ周期変動流れが流入する時は、正しいことは明らかなので、Kemp-Searsの解析法は、この場合は正しいと言える。しかし、実際の翼列には、必ず定常負荷が存在し、上記の仮定に重大な影響を与えるのである。

**2.1 翼列の定常負荷** 圧縮機翼列では、定常負荷は一般に小さいと考えてよく、一次の微小量  $o(\epsilon)$  であるから、流入速度や方向に比し、流出速度や方向の変化はいずれも小さい。したがって、流入する周期変動流れと翼列の定常負荷との干渉による擾乱量は、仮定(i)によって2次の微小量  $o(\epsilon^2)$  となる。これより線形解析に立脚する限り、定常負荷のある圧縮機翼列について、定常負荷を無視した Kemp-Sears の解析法の単純適用でも一応の信頼性が認められ、今日まで多くの研究があることもこの理由からと考えられる。

一方、タービン翼列では、定常負荷は一般に大きいと考えられ、有限量の大きさ  $o(1)$  であるから、流入速度や方向に比し、流出速度や方向の変化はいずれも大きい。したがって、流入する周期変動流れと翼列の定常負荷との干渉による擾乱量は、仮定(i)によって1次の微小量  $o(\epsilon)$  となるから、非定常線形解析を行うには、定常負荷を無視する Kemp-Sears の解析法の適用はもはや妥当性を失うことになる。定常負荷を考慮すると、これによる有限な大きさの定常擾乱によって、流入する周期変動流れは波長、振幅などが変化することが予測されるので、仮定(ii), (iii)は取り除かれねばならない。

**2.2 周期変動流れの渦度** 仮定(i)により周期変動流れの振幅は、微小量であるから、その速度と渦度とはいずれも1次の微小量  $o(\epsilon)$  で、タービン翼列の有限な定常擾乱量  $o(1)$  との干渉により発生する非定常擾乱の速度と渦度とはいずれも1次の大きくなる。

周期変動流れの渦度を考慮すると、タービン翼面上の線形非定常境界条件に關与する非定常擾乱速度は、渦なし速度成分はもちろんのこと、渦あり速度成分をも含むべきであるから、渦度を無視すると、前者のみが關与するという不都合が生ずる。ここに、周期変動流れの渦度を考慮する意義があり、これによって仮定(iv)は取り除かれることになる。周期変動流れのもつ

渦度は、非粘性流れでは常に保存されるべきであるから、タービン翼列の定常負荷による擾乱渦度はオイラー運動方程式に基づく渦度輸送方程式によって、決定されねばならない。

**3. 等渦度線の形状変形**

図1に示すように、ピッチ  $t_s$  なるノズル翼列からの粘性後流を速度振幅  $w_c$ 、角周波数  $\omega$  の非粘性周期変動流れとし、流入速度  $W_1$  (軸方向成分  $U$ )、位相差  $\sigma$  にて、周速度  $U_c$ 、ピッチ  $t_r$ 、波長  $c$  なるタービン動翼列へ流入するものとする。

$$\omega = 2\pi n \frac{U_c}{t_s}, \quad \sigma = 2\pi n \frac{t_r}{t_s}$$

:  $n$  = ハーモニクス次数  
.....(1)

なお、以後、第一ハーモニク成分 ( $n=1$ ) についてのみ考察することにする。

タービン動翼列 (節弦比 0.584, 食違い角  $20^\circ$ ) の定常負荷を一定 (相対流入角  $\beta_1 = 30.76^\circ$ ) に保ち、周速度  $U_c/U$  および流入位相差  $\sigma$  を変化させて数値計算を行った。この時の周期変動流れの無次元周波数  $k$  および絶対流入角  $\lambda_s$  は

$$k = \sigma \frac{U_c}{U} \frac{c}{t_r}, \quad \tan \lambda_s = -\frac{U_c}{U} + \tan \beta_1 \quad \text{.....(2)}$$

**3.1 翼列内部流路** 擾乱渦度を入口周期変動流れの渦度で無次元化し、その絶対値が 0.95~1.00 の値をもつ領域を等渦度線をした。周期変動流れの山を通る等渦度線がタービン動翼前縁に到達した瞬間における山および谷を通る等渦度線の翼列内部流路および下流における形状を図2に示してある。なお、谷を通る等渦度線は、実線にて囲み、山を通る等渦度線と区別してある。一般に、周速度が増すと、タービン翼前縁による等渦度線の切断数が増すので、翼列内部流路に

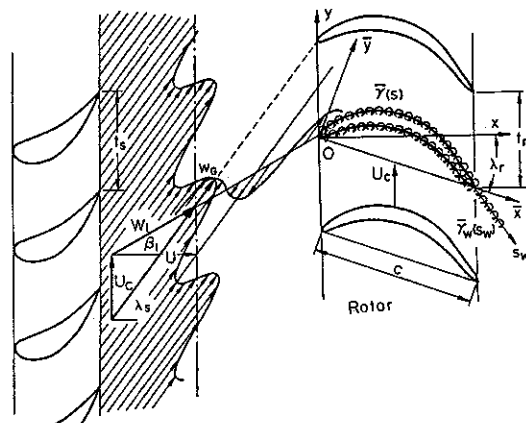


図1 流入する周期変動流れとタービン動翼列

おける等渦度線間の間隔はせまくなるが、切断後は、等渦度線は腹背面上では速度差のためにそれぞれの瞬間位置に相対的ずれが生ずるとともに、前縁近傍の岐点領域と流路中央部における速度差のために弯曲形状となる。さらに、腹背面上における等渦度線の幅は、前者は狭く、後者は広い。同一周速度では、反位相流入 ( $\sigma=180^\circ$ ) が同位相流入 ( $\sigma=0^\circ$ ) に比し、等渦度線の幅がやや広いのは、周期変動流れの周方向変化が緩やかになるため、弯曲形状量も大きい。また、図2に破線で示すように、周速度が増すほど腹面側より背面側へと弯曲部中心が移動している。これをさらに明確にするために、図3には等渦度線形状の周速度による変化を示してある。同位相流入では、等渦度線の軸方向長さは腹面上で ( $x_B-x_A$ )、背面上で ( $x_D-x_C$ )、周速度の増加とともにいずれも減少するが、常に後者は前者よりも大きくかつ前縁による切断後の軸方向ずれ ( $x_C-x_A$ ) は減少する。さらに、弯曲形状の軸方向最下流位置  $x_F$  も、減少して翼列出口に接近して来るとともに、軸方向弯曲部厚み ( $x_F-x_E$ ) も減少する。一方、反位相流入では同位相流入に比し、腹背面上の等渦度線の軸方向長さは増加しており、特に後者において著しい。また、背面上の等渦度線は翼列出口に近い高速域に接近するため、腹面上との軸方向ずれ ( $x_C-x_A$ ) は、周速度の増加とともに大きくなっており、さらに軸方向最下流位置  $x_F$  もより下流にあってかつその軸方向長さ ( $x_F-x_E$ ) も著しく広まっている。

翼腹背面上における流入してきた粘性後流の相対的ずれや幅の差については、Meyer<sup>(9)</sup>、Lefcort<sup>(10)</sup>による定性的説明があるのみであったが、周期変動流れの渦度と翼列の定常負荷との動的干渉を考慮した本解析法

によって、求められることが判明した。

**3.2 翼列下流** 前縁で切断された等渦度線は翼列下流ではほぼ一定形状となるが、腹背面両側では相互に一定のずれ  $\Delta S$  が生じ、この周期間隔で次段へ流入することになる。図3に示すように、周速度の増加とともに減少するが、反位相流入のほうが同位相流入に比し、大きい。Joslyn<sup>(5)</sup>によるずれ  $\Delta S$  は点線で示すように、本結果に比し過小であるのみならず、流入位相差や周速度にも無関係である。これは周期変動流れの渦度と翼列の定常負荷との動的干渉が無視されていることに起因している。

4. 渦度による誘起速度

**4.1 翼列内部流路** 図4には、翼列内部流路における渦度による誘起速度  $q'$  (以下、渦あり速度という) の分布例を示してある。翼列内部流路、特にその後半部では著しい変化をして、出口ではもはや入口とはその大きさと方向において全く異なったパターンとなっている。これより流入する周期変動流れは、その渦度が翼列の定常負荷との干渉によって、その振幅、波長および伝ば方向のいずれにおいても著しく変化し

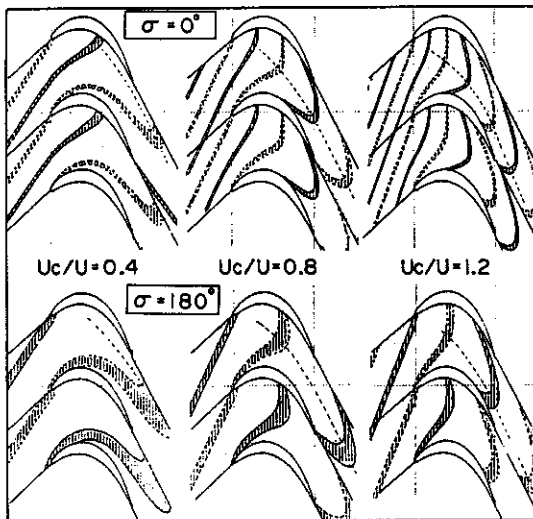


図2 等渦度線の形状とその変形

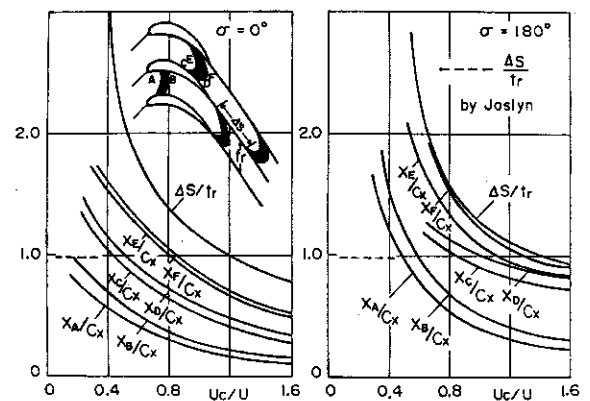


図3 等渦度線形状の周速度による変化

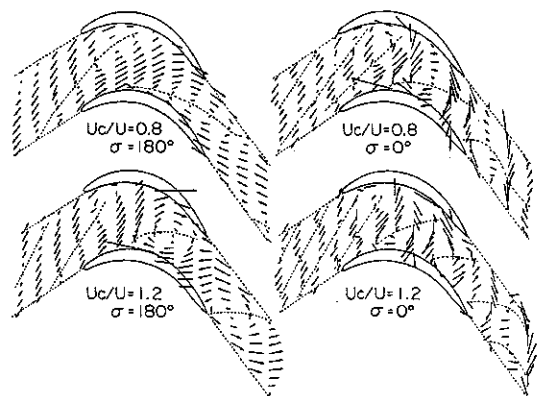


図4 翼列内部流路における渦あり速度分布 ( $q'/w_c=1.0$ を5mmとしてある)

て、全体として大きく歪むことがわかる。特に、同位相流入では、反位相流入に比し、周方向波長は半分であるので、これらのひずみは相対的に大きい。これらは Kemp-Sears の仮定 (ii) (iii) (iv) の成立しない根拠を与えていると考えることができる。さらに、渦あり速度の方向は、周期変動流れの谷の領域では腹面より背面へ、山の領域では背面より腹面へと向かっている。翼列内部流路における山と谷の境界領域(点線)では、定常流れに相対的に方向反対の非定常渦対が形成され、これによる2次流れが発生していることになる。これらの結果は Hodson<sup>(6)</sup>、Binder<sup>(7)</sup> の実験結果を支持しており、渦度の動的効果の重要な一面を示しているといえる。

**4.2 翼面上分布** 腹背面上における渦あり速度分布を図5(左)に示してある。なお、周期変動流れの山、谷に対応する等渦度線はそれぞれ太い点線、細い点線で区別してある。谷の領域では、腹面上では外側に向かって狭まり、反対に背面上では内側に向かって広がっており、かつこれらの翼面上領域は前者が狭く、後者が広い。これらは翼列内部流路内における粘性後流を、負の噴流としてモデル化する Lefcort<sup>(10)</sup> の考え方を支持する結果となり、この点からも、渦度と翼列の定常負荷との動的干渉の意義を理解できる。一方、比較参考のために、図5(右)に示した圧縮機翼列(節弦比0.658、食違い角14.5°)では等渦度線の変形や翼腹背面上の渦あり速度の大いさなどいずれもタービン翼列に比し著しく小さく、特に等渦度線の変形に本質的相違が見られる。これは圧縮機翼列では前述のように定常負荷が小さいため、周期変動流れの渦度と干渉はしても、その量が小さいことに由来する。

Kemp-Sears の仮定のうち(ii)のみを取り除き、周期変動流れは定常擾乱によって運ばれるとしたタービン翼列の非定常応答解析を、著者の一人が先に行った<sup>(11)</sup>。翼面上境界条件から得られる非定常束縛渦に

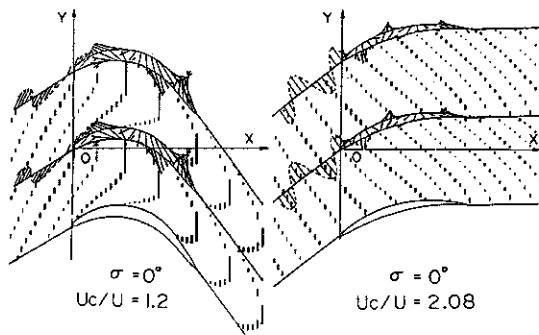


図5 翼腹背面上における渦あり速度分布 ( $q^*/w_c=1.0$  を15mmとしてある)

関する積分方程式は、仮定(ii)(iii)(iv)を取り除いて渦度を考慮した本解析<sup>(2)</sup>の場合のもとの同一形式とはなるが、右辺の既知量において、振幅、波長および方向を変えずに定常擾乱によって運搬される周期変動流れの速度と渦あり速度とが対応しており、ここに相異がみられる。図6には圧縮機翼列翼面に沿う両速度成分を示してあるが、後者では腹背面のいずれにおいても、後縁に向かって軸方向速度成分は増幅、周方向速度成分は減衰するのみならず、波長も変化しているのに比し、前者では振幅が常に一定で、波長も変らない。これらは非定常応答解析の基礎となる積分方程式の面から、仮定(ii)のみならず、(iii)(iv)をも考慮したことによる本質的差異となっている。

**5. 翼面上圧力分布**

図7には、タービン翼面上に誘起された非定常圧力分布の周速度による変化を示してある。反位相流入では翼列内部流路における等渦度線間隔が大きいため、非定常圧力分布の翼腹背面に沿う変化は、実部、虚部ともに一般に緩やかであるが、周速度の増加とともに等渦度線間隔が次第に短くなるため、 $U_c/U=0.4$ に比し、 $U_c/U=0.8$ では腹背面の実部が後半部で変化し始め、虚部は振幅において増加しているが、ほぼ同様の傾向を示している。さらに、 $U_c/U=1.2$ では実部の変化が $U_c/U=0.8$ に比し、さらに上流に及ぶのみならず、虚部が著しく変化している。一方、同位相流

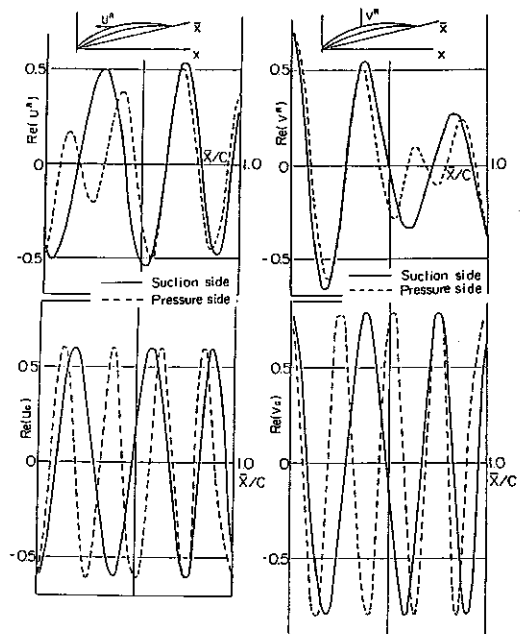


図6 翼面上における渦あり速度成分(上)と周期変動流れの速度成分(下)との比較

入では、反位相流入に比し等渦度線間隔が短いため、翼表面に沿う非定常圧力の波動的変化は一般に周速度の増加とともに著しくなり、鎖線で示す喉部前後で極値を持ち、特に  $U_c/U=0.8$  では振幅が増加している。

渦なしおよび渦あり速度を用いて、オイラー運動方程式を積分して得られる圧力をそれぞれ渦なし圧力及び渦あり圧力とすると、後者は明らかに流入する周期変動流れの渦度と翼列の定常負荷との干渉によって誘起されたものである。一例として、図7の  $U_c/U=0.8$  には、非定常渦あり圧力分布を示してある。反位相流入では流れの転向が大きくなる翼列内部流路喉部で実部、虚部とともに大きくなっており、全非定常圧力分布とは実部ではほぼ正反対、虚部ではほぼ同一の変化傾向を示している。これに比し、同位相流入では実部、虚部いずれもほぼ同一の変化をしているのみならず、特に腹面では全非定常圧力にかなり接近している。

6. 流 体 力

渦なし圧力および渦あり圧力から算出した流体力をそれぞれ渦なし流体力および渦あり流体力とし、さらにこれらの合成である全非定常流体力について検討する。

6.1 周方向流体力 図8に示すように、同位相流入では周速度の増加とともに渦なし流体力は波動的変化をするのに比し、渦あり流体力は漸減しており、相対的に前者が後者より大きい。また、位相は相互に低速では反位相、高速ではほぼ同位相となっている。したがって、全周方向流体力としては、周速度が増すとともに振幅は波動的に増加するが、位相変化は比較

的小さい。一方、反位相流入では渦なし流体力は渦あり流体力に比し、約2倍程度の大いさで、位相は相互にほぼ同位相であるため、全周方向流体力としては単に両者の和に近い形となる。周速度の増加とともに全周方向流体力は、振幅は増加してほぼ  $U_c/U=0.5$  で最大となった後漸減しており、位相はわずかに減少している。一般に、反位相流入では同位相流入に比し全周方向流体力の振幅は、2倍から4倍程度の大いさである。

6.2 軸方向流体力 図9に示すように、同位相流入では、渦あり流体力は渦なし流体力に比し低速では大きく高速では小さいが、相互の位相差は周速度の増加とともに反位相から同位相へと変化しているので、全軸方向流体力としては波動的変化はするが、振幅は小さい。一方、反位相流入では渦あり成分は渦なし成分に比し約2倍程度の大いさで、かつ位相は、ほぼ同一であるから、全軸方向流体力としてはほぼ両者の和に近い形となる。周速度の増加とともに全軸方向流体力は振幅が増加し、 $U_c/U=0.8$  でほぼ最大値をとった後に、漸減している。一般に、反位相流入では同位相流入に比し全周方向流体力の振幅は低速では2倍から5倍程度の大いさであるが、高速では、ほぼ同速度となる。

6.3 前縁まわりのモーメント 図10に示すように、前縁まわりの非定常モーメントは、同位相および反位相流入のいずれの場合も、周速度による変化の傾向や渦なしモーメントと渦ありモーメントの相対的大いさなどでは、周方向流体力の場合とほぼ類似している。

以上から、周期変動流れの渦度を無視すると、渦あり成分はなくなるので、周方向と軸方向流体力および前縁まわりのモーメントのいずれにおいても、同位相流入では低速では過大値、高速では過小値、一方、反位相流入では周速度のいかに関係せず、常に過小値がそれぞれ得られることが明らかである。

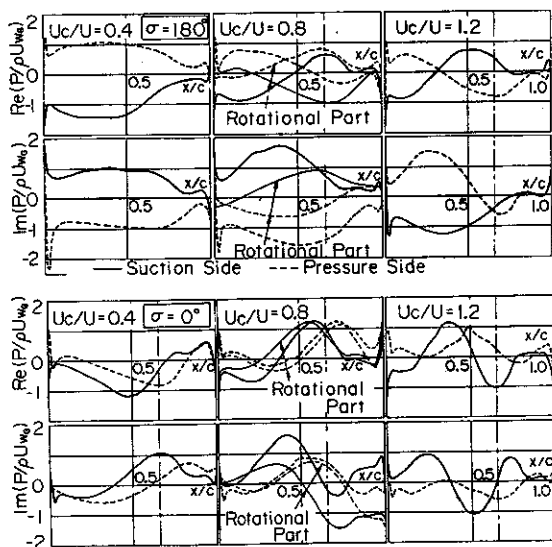


図7 翼面圧力分布の周速度による変化  
[反位相流入(上)と同位相流入(下)]

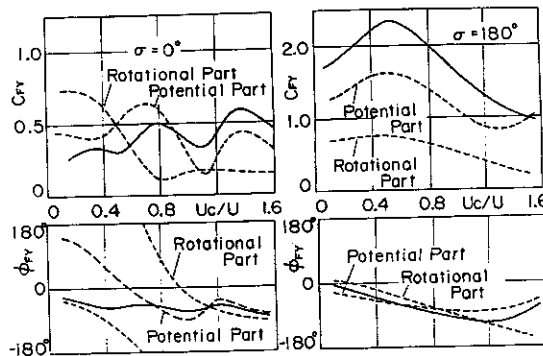


図8 周方向の非定常流体力とその成分

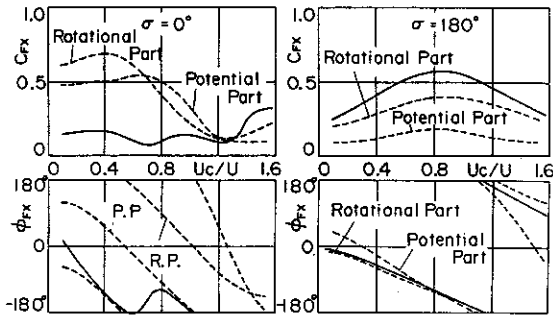


図 9 軸方向の非定常流体力とその成分

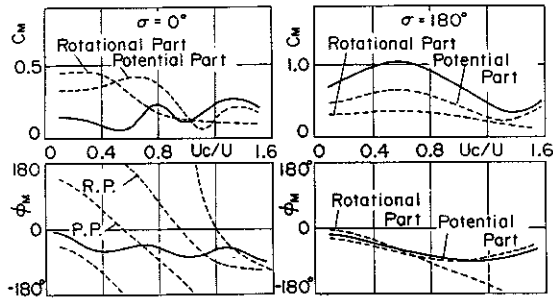


図 10 前縁まわりの非定常モーメントとその成分

### 7. 後流自由渦エネルギー

タービン動翼まわりの非定常循環の時間的変化に応じて、後縁から下流には自由渦が定常岐点流線上を流出速度で流れ去る。この自由渦の一波長当たりのエネルギー平均を、非定常循環とともに図 11 に示してある。反位相流入では、同位相流入に比し自由渦エネルギーの周速度による変化は著しく両者とともにほぼ  $U_c/U=0.8$  で最大となっているが、最大値は前者のほうが大きい。一般に、周速度の増加とともに、周期変動流れの絶対流入角  $\alpha$  と無次元周波数  $k$  のいずれも増加するので、これに伴い非定常循環は前者によっては増加するが、後者によっては減少する。したがって、非定常循環全体としては  $U_c/U=0.8$  程度まではほぼ両者が均等に保たれて増減がないが、これを越えると、後者のほうが優勢となって減少し始め、これに対応して自由渦エネルギーも減少することになる。なお、同位相流入では、反位相流入に比し無次元周波数が大きい場合、非定常循環は常に小さい。

### 8. 結 言

上流側静翼列からの粘性後流を非粘性周期変動流れとみなし、その渦度と下流側翼列の定常負荷との動的干渉は、タービ動翼列では決定的役割をもっていることを指摘し、既発表の解析法に基づく具体的数値例を通して、これを説明立証した。主な内容を要約すると、

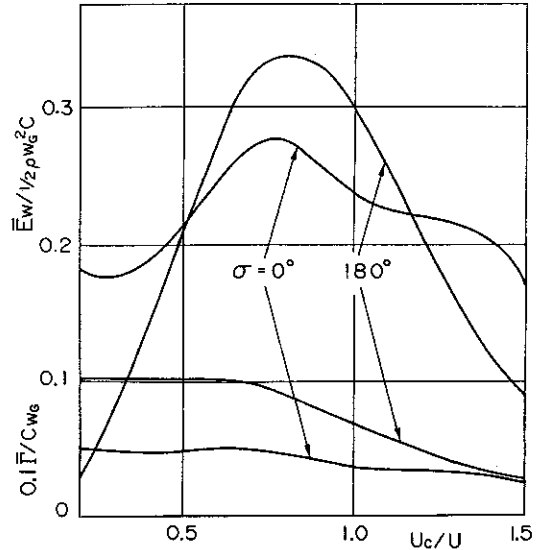


図 11 自由渦エネルギーと非定常循環

次のようになる。

(1) 周期変動流れに対する翼列の非定常応答解析の基礎となっていた Kemp-Sears の仮定を見直して、タービン動翼列では、その定常負荷と流入する周期変動流れの渦度との動的干渉を考慮する必要がある理由および圧縮機翼列との解析的相違を明確にした。

(2) 流入する周期変動流れの山や谷を通る等渦度線の翼列内部流路における変形状況および渦度による誘起速度分布を通して、既存の負の噴流モデル、翼腹背面上および下流の等渦度線のずれ、さらに翼列内部流路における非定常渦対による 2 次流れなどがよく説明できることを示し、非定常流れへの渦度効果の役割の重要性を明らかにした。

(3) 翼面上圧力分布、周および軸方向流体力および前縁まわりのモーメントは、渦なし成分と渦あり成分から構成されることを示し、相互の相対的大いさや位相差について、周速度および流入位相差による変化を検討することによって、非定常流体力への渦度効果を明らかにした。

本論文の図面作成には、本学正路良孝技官の助力があったことを記し、ここに謝意を表す。

### 文 献

- (1) Kemp, N. H. and Sears, W. R., *J. Aeronaut. Sci.*, 22 (1955), 478.
- (2) 西山・船崎, 機論, 50-454, B (昭 59), 1476.
- (3) 西山・船崎, 機論, 51-472, B (昭 60), 4124.
- (4) Hodson, H. P., *Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbine Power*, 107 (1985), 337.
- (5) Joslyn, H. O., ほか 2 名, *AIAA-85-1132 Paper*, (1985).
- (6) Hodson, H. P., 文献(4)の 467 ページ.

- (7) Binder, A., ほか 2 名, 文献(4)の 459 ページ. 345.  
(8) Wittig, S., ほか 2 名, *ASME 86-GT-160 Paper*, (1986). (11) 西山・矢野目, 機論, 45-394, B (昭 54), 763.  
(9) Meyer, R. X., *Trans. ASME*, **80** (1958), 1544.  
(10) Lefcort, M. P., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, (1965),
-