

軸流ターボ機械後流励振力への翼列間隔効果*

(粘性後流減衰モデルによる定量的予測)

船崎 健 —*1

Numerical Prediction of Rotor-Stator Axial Spacing Effects
on the wake-Induced Unsteady Fluid Forces

Ken-ichi FUNAZAKI

A unique approach was developed in this study to investigate some effects of the rotor-stator axial spacing on the aerodynamic excitation by the incoming wakes. This approach utilized the wake decay models which were derived from the preceding experimental correlations for the wakes behind the airfoil (Silverstein's model). Numerical results are presented in the paper which showed the axial spacing on the magnitude of the unsteady fluid forces clearly. Moreover, it is found that the incorporated wake decay model can yield better prediction of the unsteady pressure distribution on the airfoil.
Key word : Aerodynamic Excitation, Cascade, Wake, Axial Spacing, Turbomachinery

1. 緒言

軸流ターボ機械内で発生する動静翼列干渉効果の予測およびその低減は、ターボ機械の開発にとり極めて重要な課題である。この翼列干渉は、動静翼間隔を十分にとることによりある程度低減されることが知られているが、不必要な間隔はターボ機械の重量増加の原因となり、特に航空用エンジンでは重大なデメリットとなる。翼列干渉を抑えつつ、なおかつ上記の問題を避けるためには、翼列間隔による翼列干渉効果の変化を定量的に把握する必要がある。

翼列間隔効果に関する理論的研究として、Silversteinの単独翼後流に関する実験式を用いた 'Keep and Searsの研究' があり、現在でも圧縮機翼列に作用する励振力算定のために利用されている。しかし、この方法は定常負荷のない薄翼に適用が限定され、高負荷化の進む近年の圧縮機翼列やターボ翼列には適用できない。また従来の理論では、粘性後流速度欠損が下流側にしだいに減衰する効果についての適正な取扱いをした研究は少なく、わずかに粘性後流を表す離散渦列の減衰を考えた Kramerの研究を知見する程度である。

実験的研究としては、圧縮機回転翼列を用いて翼列間隔の効果調べた Gallusら や Fleeterらの研究が知られている。

以上のように、翼列間隔の効果についてはある程度の理解が得られてきたが、設計に利用できる予測法はまだないといつてよい。

本研究では、翼列間隔の変化が動静翼列干渉、特に粘性後流により生ずる翼励振力に及ぼす影響予測のため、著者が先に提示した速度欠損減衰モデルを拡張した。そしてこのモデルを組み込んだ解析コードを用いて圧縮機翼列での翼列間隔の影響を検討した。

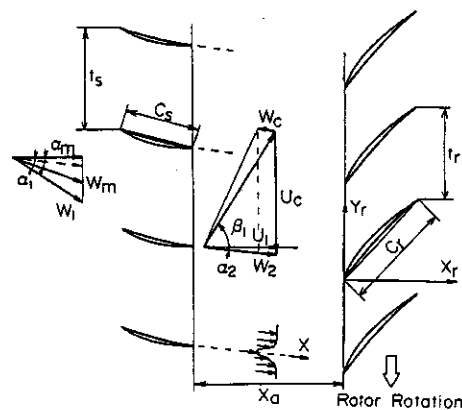


図1 動静翼列配備および速度三角形

* 原稿受付 平成2年7月30日。

*1 正員、岩手大学工学部 (〒020 盛岡市上田4-3-5)。

記号

- n : 減衰係数
- Cd : 抗力係数
- Cr, Cs : 動(下流側)、静(上流側)翼弦長
- k, k_r, k_s : 無次元周波数, X_r, Y_r 方向の波数
- tr, ts : 動(下流側)、静(上流側)翼列ピッチ
- X : 翼後縁から流れ方向への距離
- Xa : 翼列間隔
- Xo : 仮想原点
- Xr, Yr : 動翼列に固定された座標系
- Y_{1,2} : 後流半値幅
- Wc : 速度欠損
- Wg : 変動速度振幅
- α₁, α₂ : 静(上流側)翼列流入、流出角
- β₁, β₂ : 動(下流側)翼列流入、流出角
- κ : 渦度
- σ : リテラチ
- ωs : 全圧損失係数

添字

- l, 2 : 翼列入口、出口
- r, s : 動(下流側)、静(上流側)翼列

2. 粘性後流モデル

図1に動静翼列配置および主な記号を示す。本研究では、静(上流側)翼列からの粘性後流モデルとして、次の Silverstein モデルを採用する。

$$\begin{aligned}
 Wc/W_{\infty} &= 1.21Cd^{1/2} (X/Cs - Xo/Cs + 0.15)^{-1} \\
 Y_{1,2}/Cs &= 0.68Cd^{1/2} (X/Cs - Xo/Cs)^{-1/2} \\
 W/Wc &= \exp(-\pi n^2) \\
 n &= Y/Y_{1,2} \\
 Xo &= -0.15
 \end{aligned} \tag{1}$$

式(1)の Silverstein モデルは、もともとは単独翼後流に関する実験式だが、Keap and Sears が翼列問題に用いて以来多くの研究者により後流モデルとして採用され、また実験的にもその妥当性が検証されている。

3. 減衰モデル

3.1 後流速度分布のフーリエ解析 前報と同様に、式(1)で与えられる後流速度分布を、翼列ピッチを1周期として、翼後縁下流の任意の位置でフーリエ解析し、各n-モード成分の振幅 $W_n = W_n(X)$ ($n = 1, 2, \dots$) を求める。ここで後流の半値幅は上流側翼列からの絶対流出角 α を考慮して、式(1)または(2)の Y の代わりに $Y/\cos\alpha$ を用いる。

3.2 減衰係数の算出 ここでは簡単のため1次n-モードのみを考え W を W_g とおく。なお、高次n-モードについても以下の議論がそのまま適用される。

速度振幅の減衰を減衰係数 $a = a(X)$ を導入して次式のように表す。

$$\frac{W_g(X+\Delta X)}{W_g(X)} = \exp[-a(X)\Delta X/Cs] \tag{3}$$

$$\therefore a(X) = \frac{-\ln [W_g(X+\Delta X)/W_g(X)]}{(\Delta X/Cs)} \tag{4}$$

図2には Silverstein モデルより得た減衰係数の計算例を示す。前報で示した円柱後流の場合、減衰係数はほぼ一定になるが、Silverstein モデルから得た減衰係数は一定にはならず、上流側翼列後縁に近いところでの変化が大きい。この違いの原因は今のところ明かではないが、円柱の場合が自己相似を満たすように半理論的に誘導された式であるのに対し、Silverstein の式は実験的に決定された式であること、またそれぞれの代表長さの1/4程度の違いが関係していると思われる。

減衰モデルを構築する上で、減衰係数 a が一定であることが好ましい。そこで、Silverstein モデルを用いる場合には次のように減衰係数 a を決定する。まず、翼後縁から適当な距離 X_{ref} 下流の位置での速度 $W_g(X_{ref})$ を求め、そこから速度の減衰が始まるものとする。このとき減衰係数は次のような重み付き平均により算出する。

$$a_n = \frac{\int_{X_{ref}}^{X_u} a(X) e^{-\int_{X_{ref}}^X Y_r/Cs dx} Cd dx}{\int_{X_{ref}}^{X_u} e^{-\int_{X_{ref}}^X Y_r/Cs dx} Cd dx} \tag{5}$$

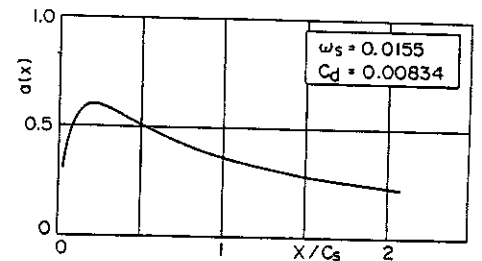


図2 減衰係数の流れ方向への変化

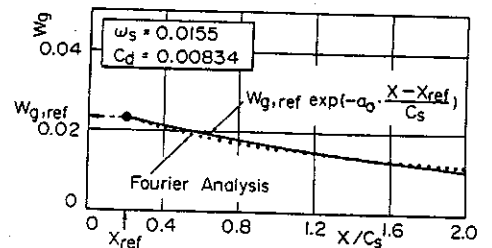


図3 速度振幅減衰の近似

以上より、翼、円柱に対する速度振幅の減衰係数は次のように表される。

$$\frac{W_g(X)}{W_{g,ref}} = \exp[-a_n \cdot [(X-X_{ref})/Cs]] \quad (6)$$

式(6)の係数を用いて計算した結果および Fourier 解析の結果の比較例を図3に示す。なお、計算では $X_{ref} = 0.2Cs$ 、 $X_u = 2Cs$ とした。これにより、式(6)の重み付き平均で得た減衰係数を用いることで、両者の良好な一致が得られることが確認された。

次に、無次元時間 (drift 関数) $\Delta Ts(X)$

$$\Delta Ts(X) = \frac{(X - X_{ref})/C}{W_m/W_n} \rightarrow \frac{W_m}{C} \int \frac{dX}{W(X)} \quad (7)$$

を導入して式(7)を書き換える。これにより、速度振幅の減衰モデルを以下に示すように時間の関数として与えることができる。

$$W_g(\Delta Ts) = W_{g,ref} \exp[-a_n \cdot (\Delta Ts)] \quad (8)$$

3.3 温度場での減衰係数 速度場の減衰係数式(6)から温度場での減衰係数を求める。

ここで温度の減衰係数について、離散渦法との関連で簡単に説明する。離散渦法では粘性による温度拡散効果を、対流項を無視した温度拡散方程式の解を用いて、離散渦循環量の時間的減少として近似する手法がしばしば用いられる。即ち、温度を担う流体塊の対流的移動量をポテンシャル流れから算出し、温度(循環)の減衰はこれとは独立に時間の関数として計算する。本論文で提示している手法も原理的には同じであるが、温度減衰率は実験結果を基に推定し、時間と同義のドリフト関数から減衰量を計算する。

動翼列上流で後流速度分布を与える平面の位置として、上で述べた X_{ref} を選ぶ。ここで翼列間隔を X_a として、この位置を動翼に固定された座標系で表すと、座標系の原点を $X_{r,0}$ として次の式が成立する。

$$X_{r'} - X_{r,0} = -(X_a - X_{ref}) \cos \alpha \quad (9)$$

この位置で静翼からの後流分布は、動翼固定の座標系 (X_r, Y_r) で次のように表される。

$$W_g = W_g(X_r) \exp\{j[kt - k_r(X_r - X_{r'}) + k_v Y_r]\} \quad (10)$$

$$k_r = 2\pi(U_c/U_i)(Cr/ts)$$

$$k_v = 2\pi Cr/ts, \quad k_r = -k_r \tan \alpha$$

ここで、 $W_g(X_r)$ は上述の速度減衰係数(6)より

$$W_g(X_r) = W_{g,ref} \exp[-a_n \cdot [(X - X_{ref})/Cs]]$$

$$= W_{g,ref} \exp[-a_n' \cdot [(X_r - X_{r'})/Cr]] \quad (11)$$

$$a_n' = a_n / [\cos(\alpha) \cdot (Cs/Cr)] \quad (12)$$

結局、翼列上流で指定する温度分布は次で計算される。

$$\zeta = \frac{\partial(v_r)}{\partial X_r} - \frac{\partial(u_r)}{\partial Y_r} = \frac{\partial(W_g \sin \alpha)}{\partial X_r} - \frac{\partial(W_g \cos \alpha)}{\partial Y_r}$$

$$= \zeta_{ref} \exp\{j[kt - k_r(X_r - X_{r'}) + k_v Y_r]\} \quad (13)$$

$$\zeta_{ref} = \frac{-j W_g k_v}{\cos \alpha} + \frac{\partial W_g}{\partial X_r} \zeta^* + \frac{\partial W_g}{\partial Y_r} \quad (14)$$

式(14)の右辺第二項は十分に小さいとして無視すると、速度減衰係数式(11)を考慮して次の温度振幅に關する減衰係数を得る。

$$\zeta_n = \zeta^* \exp[-a_n' \cdot [(X_r - X_{r'})/Cr]] \quad (15)$$

3.4 温度分布 3.3で述べた考え方を基に、非定常速度場を決定するのに必要な翼間流路内での温度分布を計算する。温度を担う流体塊の移動は定常ポテンシャル流れ場 (U_0, V_0) から求められるものと仮定すると、次の非粘性流体中の温度輸送方程式

$$jk \zeta + U_0 \frac{\partial \zeta}{\partial X_r} + V_0 \frac{\partial \zeta}{\partial Y_r} = 0, \quad \zeta = \zeta e^{i\omega t} \quad (16)$$

が成立し、これを $X_r = X_{r'}$ から定常流線上で積分し次を得る。

$$\zeta = \zeta_{ref} \exp(-jk \Delta Tr) \quad (17)$$

$$\Delta Tr = \int_{s'}^s \frac{d(s/Cr)}{s' [U(s)/U_i]}$$

$$U(s) = (U_0' + V_0') \quad (18)$$

ここで ΔTr は相対座標系での drift 関数である。式(8)と同様に、式(15)を式(18)で定義される drift 関数を用いて一般化する。

$$\zeta_n = \zeta^* \exp[-a_n' \cdot (\Delta Tr)] \quad (19)$$

式(17)、(19)をまとめると、結局温度分布を次式で計算することができる。

$$\zeta = \zeta^* \exp[-(jk + a_n') \Delta Tr] \quad (20)$$

4. 数値計算法

4.1 非定常圧力分布および非定常流体力 数値計算法の概要について以下に述べる。

翼面上に非定常温度分布 $\gamma(s)$ を置き、 $\gamma(s)$ の誘起速度および流れ場の温度分布による誘起速度 (u, v) を翼面上の接線流れの条件に代入して次の積分方程式を得る。

$$-\gamma(s)/2 + \int (K_r(s, s') + K_v(s)) \gamma(s') ds'$$

$$= -(u'' dx/ds + v'' dy/ds) \tag{21}$$

$$u'' = - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta \cdot (Yr - Yr')}{(Xr - Xr')^2 + (Yr - Yr')^2} dXr' dYr' \tag{22}$$

$$v'' = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta \cdot (Xr - Xr')}{(Xr - Xr')^2 + (Yr - Yr')^2} dXr' dYr' \tag{23}$$

式(21)から $\gamma(s)$ が得られ、これと定常速度分布 $\gamma_\infty(s)$ から非定常圧力分布および非定常流体力が以下のように計算される。

$$p(s) = -\rho \left[\gamma_\infty(s) \gamma(s) - ik \int_{-\infty}^s \gamma(s') ds' \right] \tag{24}$$

$$F_x = - \int \rho p(s) dy/ds, \quad F_y = \int \rho p(s) dx/ds \tag{25}$$

4.2 抗力係数 抗力係数 C_d を適切に与えることは励振力の子測にとり重要である。翼列の場合の C_d は全圧損失係数 ω を用いて以下のように計算される。

$$C_d = \frac{\omega s \cos^3 \alpha_n}{\sigma \cos^2 \alpha_n} \tag{26}$$

$$\omega s = 2 \frac{\theta}{C_s \cos \alpha_n} \left[\frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_n} \right] = 0.007 \sigma \cos \alpha_n \tag{27}$$

式(27)は Lieblein¹⁾ が与えた式である。ここで、 α_n は静翼列に対する平均流入角であり、 θ は翼後縁での境界層運動量厚さである。

5. 計算結果

数値計算には Fleeter²⁾ らが用いた圧縮機翼列を用いた。翼列配置、流れ角(設計点)等の諸元を表1に示す。

図4には翼間流路内の渦あり速度 \vec{u}, \vec{v} について、減衰なしと減衰あり ($Xa = 0.373$) の場合を示す。ここでは等渦度線(翼間流路内の黒い部分)も併記してある。この図から、渦度減衰 \vec{u}, \vec{v} を用いた計

	上流側翼列	下流側翼列
翼型	NACA65系	NACA65系
翼枚数	42	40
ソリディティ	1.435	1.516
流出角	-49.66°	0.00°
流入角	-65.33°	33.00°
翼列間隔	0.150, 0.256, 0.561, 0.700	

表1 計算に使用した動静翼列 (Fleeterら)

算結果では、下流方向への渦あり速度 \vec{u}, \vec{v} の大きさの明瞭な減少が確認できる。特に、上流からの後流(等渦度線)に沿う方向に \vec{u}, \vec{v} の大きさが減少している状況に注意されたい。このことは、今回用いた渦度減衰 \vec{u}, \vec{v} が後流速度欠損の減衰という現象をかなりよくシミュレートしていることを表している。

図5には翼列間隔 Xa (または渦度減衰開始点 Xr') を変化させた場合の軸および同方向非定常流体力 F_x, F_y の振幅および位相遅れの計算結果である。なお、ここでの計算では、図4の状態、即ち上流側からの後流が基準翼前縁に到達した時点有位相の基準とする。

翼列間隔の増加とともに流体力の振幅が減少している一方、位相については大きな変化がないことがわかる。この振幅減少の様相は翼間距離 Xa に対して比較的緩やかであり、Gallus³⁾ が実験で得た結果と類似している。また位相に対する翼間距離の影響が弱い点は、Giles⁴⁾ の数値解析コード (UNSFLO) を用いた Korakianitis⁵⁾ の数値実験の結果⁶⁾ と一致している。

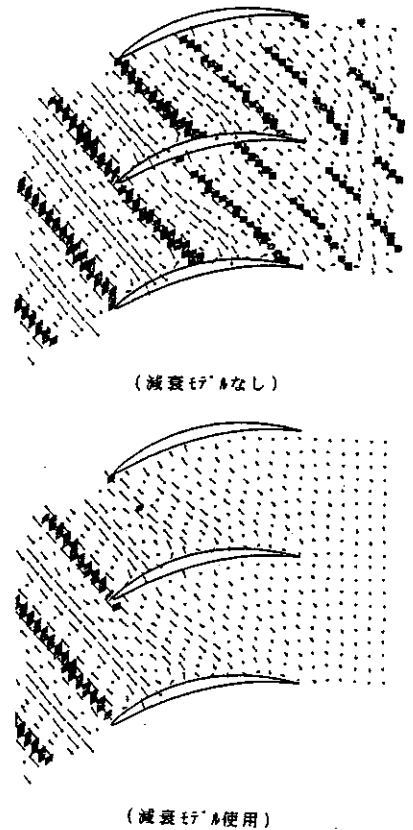


図4 翼間流路内うずあり速度 \vec{u}, \vec{v} 図

ここで、図5での流体力の無次元化に上述の参照速度振幅 $W_{g,ref}$ を用いていることに注意する。即ち、 $W_{g,ref}$ はいずれの翼間距離においても同じであるが、翼列が入口で感ずる変動速度 $W_{g,in}$ は減衰量の違いの関係で変化してくる。そこで、後述の実験結果との比較を考慮して、 $W_{g,in} (= W_{g,ref} \cdot \exp[-a' \{ (Xa - X_{ref}) \cos \alpha \} / Cr])$ で無次元化した結果を図6に示す。この結果、今回用いた圧縮機翼列に関しては、 $W_{g,in}$ で無次元化した非定常流体力(係数)はほぼ一定になることがわかった。この傾向は、別途行った計算で、他のNACA65系の翼列に対しても成立することを確認した。一方、先に行った7-11の翼列についての計算では、 $W_{g,in}$ による無次元化では非定常揚力係数は一定にならなかった。以上の結果は、圧縮機翼列のような比較的転向角の小さな翼列では、後流の変形による圧力分布等への効果を除いて、翼列入口での変動速度振幅を与えることで非定常流体力の予測がある程度可能であることを示し、Kemp-Sears 717の計算手法の一応の妥当性を支持している。

図7には三種類の翼列間隔についての翼面上圧力差分布を示す。これを上の流体力と同様に $W_{g,in}$ で無次元化した結果を、Fleeterらの実験結果とあわせて図8に示す。Fleeterらの実験では、翼列間隔を $Xa/Cr = 0.372$ (○) と $Xa/Cr = 0.677$ (●) の2種類についての $\phi - \theta$ を得ている。両者の差は位相に若干認められるが、全体としてはほぼ同じと考えられる。計算結果は、振幅に関して実験と良好な一致を示しているが、位相

遅れに関しては翼後半で違いが見られる。この領域では圧力変動の振幅が小さく、計測の誤差が位相遅れ量算定に与える影響も無視し得ないと思われるが、今後検討の余地がある。

図9には減衰因子 a' を使用しない場合と使用した場合の計算結果の比較を示す。両者の圧力差振幅値には翼後縁近くでかなりの差がみられるが、図7との比較から減衰因子 a' を使用した方がより実験値に近い結果となっている。位相遅れにも減衰因子 a' の効果が現れているが、実験値とはいずれも若干異なっている。

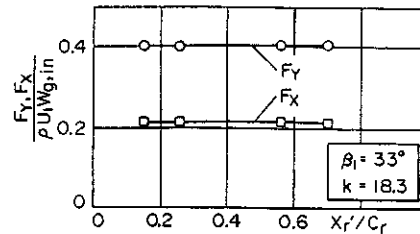


図6 非定常流体力 ($W_{g,in}$ で無次元化)

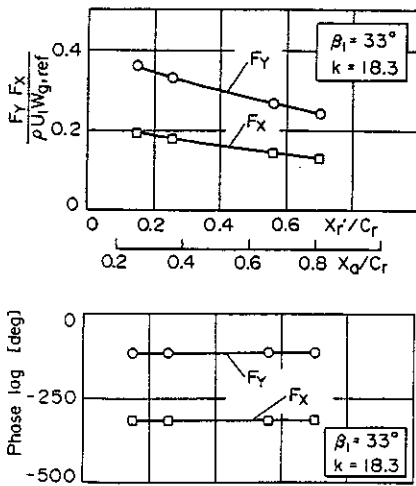


図5 非定常流体力と翼間距離

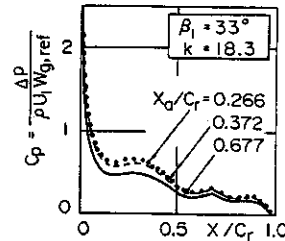


図7 翼面上圧力差分布

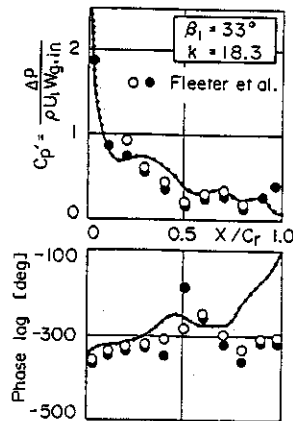


図8 翼面上圧力差分布 ($W_{g,in}$ で無次元化)

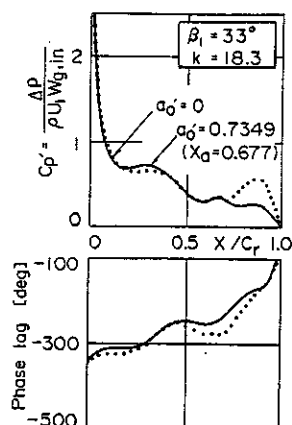


図9 翼面上圧力差分布 ($\beta_1 = 33^\circ$)
(減衰モデルを使用した場合としない場合)

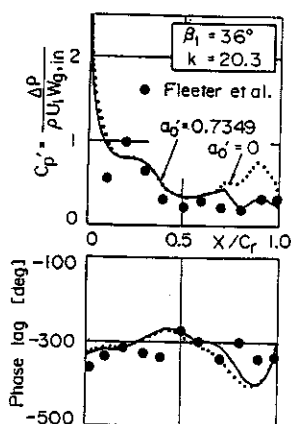


図10 翼面上圧力差分布 ($\beta_1 = 36^\circ$)
(減衰モデルを使用した場合としない場合)

図10には流入角を 36° とした場合の非定常圧力差分布 ($Wg.in$ で無次元化) について、減衰モデルを使用した場合 ($Xa = 0.677$) と使用しない場合での計算結果および実験値を示す。翼負荷の変化により圧力差分布も図8から変化しているが、減衰モデルを使用した方がより実験値に近い結果を与えており、特に翼後縁近傍での改良が顕著となっている。

6. 結 言

本論文では、動静翼列干渉、特に粘性後流により生ずる翼動振力に対する翼列間隔効果の定量的予測のため、著者が先に提示した速度欠損減衰モデルを、既存の Silverstein モデルを用いて拡張した。そしてこのモデルを組み込んだ解析コードを用いて圧縮機翼列での翼列間隔の影響を、実験結果との比較を交えて検討した。その結果、今回提示したモデルによって、翼列間隔増加による後流振力の減少という実験的観測と一致する計算結果が得られた。また、翼面上圧力差分布に関しても、減衰モデルを用いない結果と比べ実験結果により近い予測が可能になった。

本論文中の図面作成にあたって、本学正路良孝技官の助力があったことを記し、ここに謝意を表す。

参考文献

- (1) Kemp, N.H. and Sears, W.R., J. Aeron. Sci., 20-9 (1955), 585
- (2) Kramer, P., ASME Paper 82-GT-198, (1982)
- (3) Gallus, H.E., Grollius, H. and Lambertz, J., ASME J. Eng. Power, Vol. 104 (1982), 633
- (4) Fleeter, S., Jay, R.L. and Bennett, W.A., J. Fluid Eng., Vol. 103 (1981), 59
- (5) 船崎, 第18回日本ガスタービン学会講演論文集, (平2), 1
- (6) 石原, 船川, 機論, 45-397, B (昭54), 1224
- (7) 日本機械学会編, 流れの数値シミュレーション, 1984, 245
- (8) Lieblein, S., NASA-SP-36, (1965)
- (9) 西山, 船崎, 機論, 50-454, B 編 (昭59), 1476
- (10) Giles, M.B., AIAA Paper 87-0006, 1987
- (11) Korakianitis, T.P., ASME Paper 88-GT-90