



# 後流の影響を受ける非定常平板境界層に関する研究 (特にレイノルズ数の効果について)

岩手大学工学部 船崎 健一  
 岩手大学大学院 山下 嘉宏  
 石川島播磨重工業(株) 山脇 栄道

## Abstract

Experimental and theoretical studies are made on the unsteady boundary layer on a flat plate which is subjected to periodic wake from upstream moving cylinders. The purpose of this paper is to develop a unified approach to incorporate the wake-induced unsteady effect in the design process of turbine blade cooling. Firstly, theoretical attempt is made to define a wake profile in terms of its turbulence intensity. Secondly, the way of estimation of wake duration and forced transition point, which are important factors in the forced transition model of the boundary layer under zero pressure gradient, is presented. Then, the deduced approach is applied with success to the prediction of surface Stanton number distribution around an actual turbine blade. In the experiment, time-averaged heat transfer characteristics over the plate are measured for several cases of different Reynolds number conditions to examine the Reynolds number effect, then to check the validity of the forced transition model.

## 1. 緒言

著者らは先に、ターボ機械内での後流と翼との干渉による翼面境界層の遷移促進現象を、移動円柱を用いたシミュレーション実験により詳細に観測し、主流乱れが小さい場合の時間平均間欠度による境界層強制遷移モデルを提唱した<sup>(1)(2)(3)</sup>。しかし、そこでは、モデルを実際的设计に応用するのに必要な議論が十分はできなかつた。また、先の

実験では、レイノルズ数を一定にした計測を行っていたが、航空エンジンの高圧タービンから低圧タービンにかけてのレイノルズ数の変化はかなり大きく、後流による強制遷移現象のレイノルズ数効果についても検討する必要があつた。特に低圧タービンでは一般に高圧タービン部と比してレイノルズ数が低く、高空での飛行状態ではその傾向が顕著になり、層流剥離など、いわゆる低レイノルズ効果が現れるが、このような剥離を含む境界層に対して後流がどのような作用を及ぼすかについても、多くの関心が寄せられている<sup>(4)</sup>。

本研究は、上記のような観点から、まず、遷移モデルの設計への応用に関するいくつかの検討を行う。特に、強制遷移現象に深く係わる後流内乱れ度分布についてのモデル式を提示し、それを用いて後流持続時間を推定する方法について議論する。さらに、先に行つた後流と平板境界層との干渉に関する実験を、主流レイノルズ数を変化させた場合の時間平均熱伝達分布の計測を行い、遷移モデルによる評価結果と比較する。

## 主な記号

- $b_{1/2}$  : 後流速度分布の半値幅
- $d$  : 円柱径
- $h(x)$  : 熱伝達率 ( $= \dot{q}/(T_w - T_\infty)$ )
- $L$  : 平板長さ
- $n$  : 円柱回転数
- $nc$  : 円柱本数
- $Re$  : レイノルズ数 ( $= U_\infty L/\nu$ )
- $Re_{orw}$  : 運動量厚さによる遷移レイノルズ数
- $S$  : ストローハル数 ( $= L/(U_\infty \tau)$ )
- $St(x)$  : スタントン数 ( $= \dot{q}/C_{p\infty} U_\infty (T_w - T_\infty)$ )
- $t$  : 時間
- $Tu$  : 乱れ度

(平成4年9月18日原稿受付)

- $Tub$  : 主流の乱れ度
- $Tu_{max}$  : 後流内乱れ度の最大値
- $T_w, T_{\infty}$  : 壁面温度, 主流温度
- $U_m$  : 円柱移動速度
- $U_{\infty}$  : 主流速度
- $X$  : 平板前縁からの流れ方向への距離
- $x_{TW}$  : 強制遷移開始点
- $\gamma(x)$  : 間欠度
- $\tau$  : 後流通過周期 ( $= 60/nn_c$ )
- $\tau_w$  : 後流持続時間
- $\bar{\tau}_w$  : 無次元後流持続時間 ( $= \tau_w U_{\infty}/L$ )

2. 後流による強制遷移の評価法

2.1 境界層の強制遷移モデル(主流乱れが小さい場合)

主流乱れ度が十分に小さい場合 ( $Tub < 1.0\%$ ), 周期的な後流の影響を受ける境界層の遷移は, 背景である主流乱れ度よりも, 後流に含まれる強い乱れ度およびそれが境界層内に誘発する強い乱れの領域 (乱流領域) により影響を受ける<sup>(1)(3)</sup>.

先に行った実験結果に基づき船崎らが提示した後流の影響を受ける境界層の強制遷移モデルは次式で表される<sup>(2)</sup>.

$$\begin{aligned} \gamma(x) &= \min[1, \Gamma(x)] & (1) \\ \Gamma(x) &= \left( \frac{1}{\beta_E} - \frac{1}{\beta_F} \right) \frac{x - x_{TW}}{L} \frac{L}{U_{\infty} \tau} + \frac{\tau_w(x)}{\tau}, x \geq x_{TW} \\ \Gamma(x) &= \frac{\tau_w}{\tau}, x \leq x_{TW} \end{aligned}$$

ここで,  $\beta_E, \beta_F$  は誘発された境界層内乱流領域の後方部, 前方部の移動速度と主流速度との比である。 $\beta_E = 0.55, \beta_F = 1.0$  である。また式(1)中の  $L/U_{\infty} \tau (= S)$  は非定常流に関する無次元数 (ストローハル数) である。先の熱線流速計による計測結果によれば<sup>(3)</sup>, 強制遷移開始点  $x_{TW}$  は後流特性 (即ち円柱径) に若干依存するが, 平均しておおよそ運動量厚さに基づくレイノルズ数  $Re_{\sigma TW}$  で約 190 であった。この値から遷移開始点を算出することは可能だが, より精度の高い予測を行うためには, 後流特性の相違を考慮した強制遷移開始点についての関係式が必要となる。著者らは後流持続時間  $\tau_w$  に着目し, これと強制遷移開始点との相関を, 計測値および Abu-Ghannam, Shaw の自然遷移に関する相関式<sup>(5)</sup> を基に以下のように導い

た (図1)。

$$Re_{\sigma TW} = 163 + \exp(4.83 - 30.8 \bar{\tau}_w) \quad (2)$$

ここで,  $Re_{\sigma TW}$  は遷移開始点  $x_{TW}$  での運動量厚さに基づくレイノルズ数,  $\bar{\tau}_w$  は無次元後流持続時間である。式(2)より, 強制遷移開始点を推定する。なお, 後流持続時間については, 後述する理由から, 後流内の乱れ度分布で 4% 以上の乱れ度が持続する時間を後流持続時間と定義する (図2)。

2.2 後流モデル

後流持続時間の定義から明らかなように, 後流による境界層の強制遷移を予測するためには, 後流内乱れ度分布の計測値または適当な後流モデルが必要となるが, 実際には計測は困難であり, 後流モデルによる評価法を検討すべきであろう。本研究で用いている円柱の後流モデルについては, 速度分布  $W_x(Y_c)$  に関する次式がよく知られている<sup>(6)</sup> (図3参照)。

$$\frac{W_x}{W_1} = \exp(-0.693 Y_c^2 / b_{1/2}^2) \quad (3)$$

ここで,  $b_{1/2}$  は後流半値幅で, Pfeilらの研究<sup>(7)</sup> よ

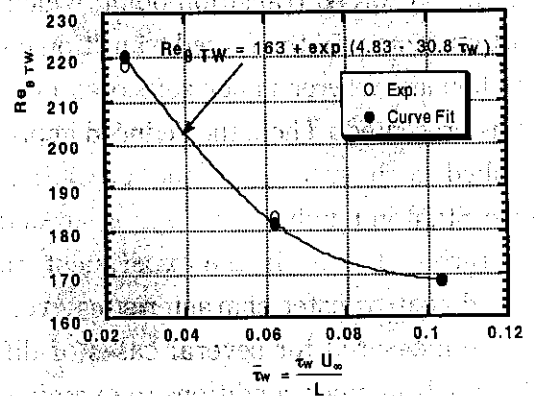


図1 後流による強制遷移開始点と後流持続時間との相関

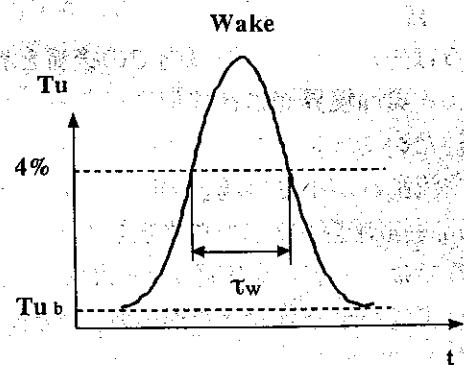


図2 後流持続時間の定義

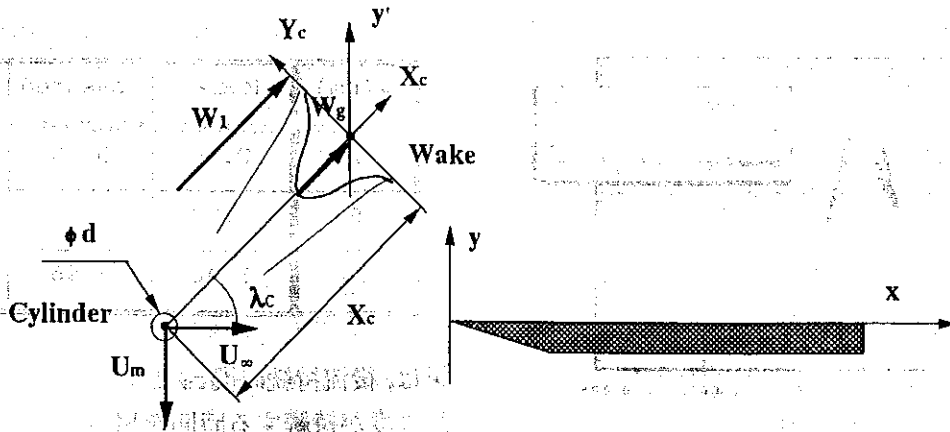


図3 移動する円柱からの後流と静止座標系との関係図

り次式が与えられている ( $C_d$ : 抗力係数)。

$$b_{1/2} = C\sqrt{X_c C_d d}, C = 0.308 (X_c/d \leq 100) \quad (4)$$

この式は Reichardt<sup>(8)</sup> と係数  $C$  が異なるが ( $= 0.5$ ), 著者らの実験でも, 式(4)のほうが, 円柱からの距離が大きくない場合に計測結果とよく一致する。一方, 後流内乱れ度分布に関しては, 著者らの実験, また他のいくつかの研究で<sup>(9)(10)</sup>, 速度分布と同様に Gauss 分布に似た分布になることが示されているが, 乱れ度分布の半値幅  $b_{1/2}$  は速度分布の半値幅  $b_{1/2}$  よりも大きく, 約1.4倍になっている。これを考慮し, 後流内のアンサンブル乱れ度の最大値を  $Tu_{max}$ , 主流乱れ度を  $Tu_b$  と表し, 後流内乱れ度分布を次式で表す。

$$\frac{Tu - Tu_b}{Tu_{max} - Tu_b} = \exp(-0.693 Y_c^2 / b_{1/2}^2) = \exp(-0.354 Y_c^2 / b_{1/2}^2) \quad (5)$$

ここで, アンサンブル乱れ度は, 測定されたアンサンブル平均速度  $\bar{v}$  とアンサンブル分散  $v'^2$  (瞬間速度  $v$  とアンサンブル平均速度との差の自乗和  $(v - \bar{v})^2$  から算出) とを用いて, 次式で定義される

$$Tu = \frac{\sqrt{v'^2}}{v_\infty}$$

なお, 瞬間速度  $v$  のエルゴード性<sup>(11)</sup> から, 円柱後流の外側では上式による乱れ度は主流乱れ度  $Tu_b$  とほぼ一致する。さて, 強制遷移問題では, 物体表面上での後流の持続時間が重要である。そこで, 式(5)を時間に関する表現に書き直す。まず, 後流と平板とのなす角度  $\lambda_c$  を考慮し, 時間に関する半値幅  $\tau_{1/2}$  を求める。

$$\tau_{1/2} = \frac{b_{1/2}}{U_m \cos(\lambda_c)}, \lambda_c = \tan^{-1}(U_m / U_\infty) \quad (6)$$

式(5)(6)から, 円柱の移動方向への距離を  $y'$  とすると, 次の式を得る。

$$\frac{Tu - Tu_b}{Tu_{max} - Tu_b} = \exp\left(-0.354 \left(\frac{y'}{U_m \tau_{1/2}}\right)^2\right) = \exp\left(-0.354 \left(\frac{t}{\tau_{1/2}}\right)^2\right) \quad (7)$$

式(7)の表現は, 主流乱れ度が小さい場合には有効だが, 主流乱れが大きくなり  $Tu_{max}$  との差が小さい場合には, 分布形状の裾が大きくなりすぎる不都合が生ずる。そこで, 式(7)を基に考案した次式を用いる。

$$Tu = \max\left[Tu_b, Tu_{max} \exp\left(-0.345 \left(\frac{t}{\tau_{1/2}}\right)^2\right)\right] \quad (8)$$

式(7)または式(8)による乱れ度分布の評価がそれぞれ妥当であるかを調べるため, 平板前縁直前(約 5 mm 上流)での後流内乱れ度分布の計測値<sup>(2)(11)</sup> (主流乱れ0.6%)と式(7)および式(8)による評価値をそれぞれ比較する。なお, 式(7)(8)による評価には  $Tu_{max}$  が必要であるが, これには計測値をそのまま用いている。図4に 2 mm の径の円柱についての結果を示す。計測値と式(7)および式(8)による評価値とはよく一致しているが, 特に式(8)による評価値と実験値との対応が良好である。他の円柱径 (5 mm, 10mm) の場合でも, 式(8)が計測値とよく一致する結果を与えることが確認されている。よって, 以下では式(8)を後流内乱れ度分布のモデル式とする。

### 2.3 後流持続時間

前節の結果を用いて, 後流持続時間  $\tau_w$  を推定す

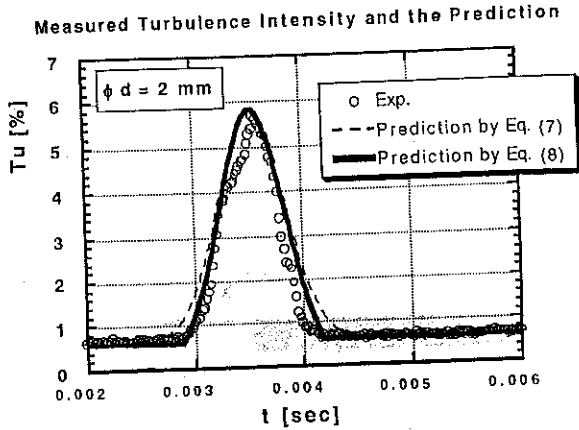


図4 後流内乱れ度分布の計測値とモデル式との比較 (d = 2 mm)

る。まず、後流持続時間の定義を検討する。

後流内の乱れ度やそれが境界層内に誘発した乱れが境界層遷移に影響を与えることは容易に理解されるが、その“乱れた”領域の定義については明確なものはほとんどなかった。一方、先に行われた実験では<sup>(3)</sup>、アンサンブル平均乱れ度4%以上の領域を乱流領域と定義することにより、伝熱試験で得られた強制遷移終了点と、後流によって境界層内に発生する乱流領域が合体し間欠度が1となる位置とがほぼ一致するという知見を得ている。これに加えて、

- (1) 強制遷移モデルで用いた乱流領域移動速度  $U_F = \beta_F U_\infty = 1.0 U_\infty$  の関係から、乱流領域前方部は後流自身の乱れの領域であると推定されること。
- (2) 後流内の乱れ度分布は、壁に接近してもその分布形状等には大きな変化は生ぜず、ある強さの乱れ度が持続する時間もあまり変化しないこと、という観測結果がある。以上の結果から、本研究では、後流内で4%の乱れ度が持続する時間を後流持続時間と定義する。

この定義および(8)に基づき、後流持続時間は次式で算出される。

$$\tau_w = 3.36 \tau_{1/2} \sqrt{-\ln\left(\frac{4}{Tu_{max}}\right)} \quad (9)$$

この式による評価結果、伝熱試験の結果から推定したモデル値および境界層計測の結果より得たそれぞれの値を表1に示す ( $C_d = 1$ )。円柱径2 mmの結果に幾分の相違が見られるが、3種類のほぼ独立して決定された後流持続時間がかなり近い値になっていることは注目すべきであろう。この結

表1 後流持続時間の比較

d (mm)	Model	Measured	Eq. (9)
2	0.15	0.48	0.85
5	1.77	2.14	2.07
10	3.40	3.96	3.47

果は、後流持続時間  $\tau_w$  として後流内で4%以上の乱れ度が持続する時間を用いることの妥当性をある程度示しているものと考えらる。

以上のように、式(9)による評価法は後流持続時間を推定するのに有効ではあるが、実際には後流内乱れ度の最大値  $Tu_{max}$  が既知でなければならぬ。しかし、現時点で乱れ度に関する式(3)のような相関式が知見できないため、今後計測等により求める必要がある。また、主流乱れが4%を上回る場合には、後流効果と主流乱れ効果がどのように作用を及ぼし合うか、また、後流内の乱流特性(乱れの長さスケールなど)どのような役割を果たすかなど、重要な問題がまだ残されている。そこで、主流乱れを変化させた場合の実験を行い、後流モデル式の改良と現象のより深い解明を進める予定である。

### 3. 実験

#### 3.1 実験装置

実験装置の概観および供試部を図5に示す。ノズル出口に取り付けられたダクトのほぼ中央に熱伝達計測用平板(長さ  $L = 1$  m)を設置する。平板先端には20°の鋭利なエッジが付けられている。この平板の両面には、熱流束  $q$  一定条件を得るための加熱用ステンレス箔を貼りつけ、K熱電対を3 mmの穴を通して箔の裏面に付ける。箔の表面には90  $\mu$ mの厚みのテープ(3 M製/Book Tape)を貼り、加熱時のしわの発生を抑制している。電極部は表面の平坦度を極力保つように十分に注意して取り付けられている。

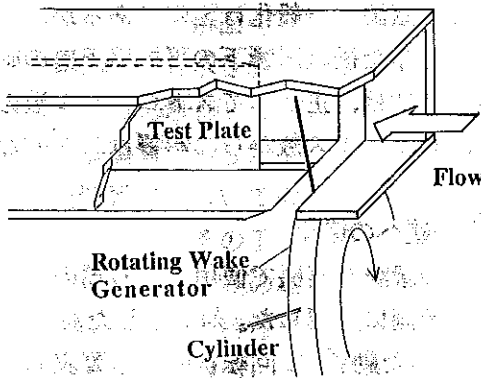
平板の上流には、後流発生器を設置している。これは、回転円盤( $\phi 400$  mm)の外周上に最高6本まで円柱(長さ150 mm)が取り付けられる構造になっている。使用する円柱径は2 mm、5 mmおよび10 mmである。円柱は流れに直交して回転し、その際円柱の下流に発生する後流が平板表面

に達し、境界層に影響を与える(図3参照)。

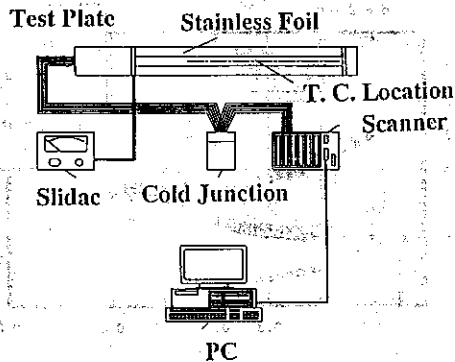
計測では、定常、非定常ともに、温度分布がほぼ変化しない状態に達した後パソコン制御の温度スキャナーで温度分布( $T_w$ )を10回計測、その平均値を算出する。このとき、ステンレス箔のしわ発生を避けるため、表面温度 $50^{\circ}\text{C}$ 以下に保つ一方で、計測の精度の観点から表面温度と主流温度との差を十分に確保する必要がある。本実験では、最低でも $5^{\circ}\text{C}$ 以上の温度差が得られる主流温度で計測を行った。また、流れ方向への温度変化の幅は最大 $6^{\circ}\text{C}$ 程度である。なお、計測の不確かさは、スタントン数については約 $\pm 9\%$ である<sup>(12)</sup>。主流速度は、フロー入口のバルブで調整する。

3.2 遷移モデルによる評価値との比較

円柱本数を3本に固定し、主流速度を20,30および $40\text{m/s}$ ( $Re = 1.3 \times 10^5, 2.0 \times 10^5, 2.7 \times 10^5$ )、円柱回転数を900, 1260および $1500\text{rpm}$ とそれぞれ変化させ、時間平均熱伝達率 $h$ を計測した。また、定常流で得られた層流境界層(円柱を取り除いて計測)、乱流境界層(平板前縁の前方に円柱を置き、その後流が平板を常時覆うようにして計測)



後流発生器と平板



熱伝達特性計測用平板

図5 実験装置概要

での熱伝達率、スタントン数をそれぞれ( $h_L, h_T$ )( $St_L, St_T$ )とする。遷移モデルによる熱伝達特性の評価を行うには、まず後流持続時間 $t_{TW}$ を式(9)から求め、これを式(2)に代入して遷移開始点 $x_{TW}$ を算出し、式(1)による間欠度 $\gamma(x)$ を求める。そして、後流の影響を受ける平板表面の時間平均熱伝達率 $h(x)$ 、スタントン数 $St(x)$ を次式で推定する。

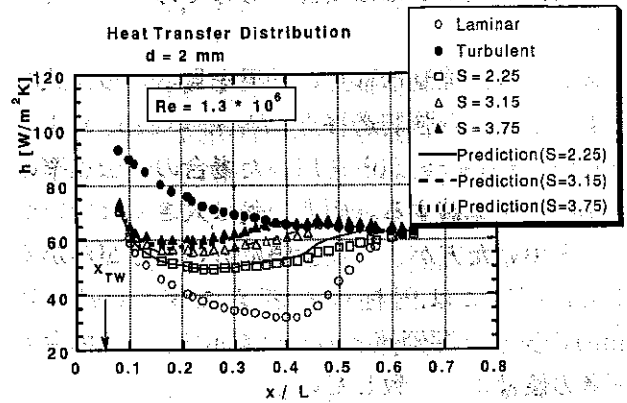


図6 後流影響下の平板境界層の熱伝達特性 ( $Re = 1.3 \times 10^5$ )

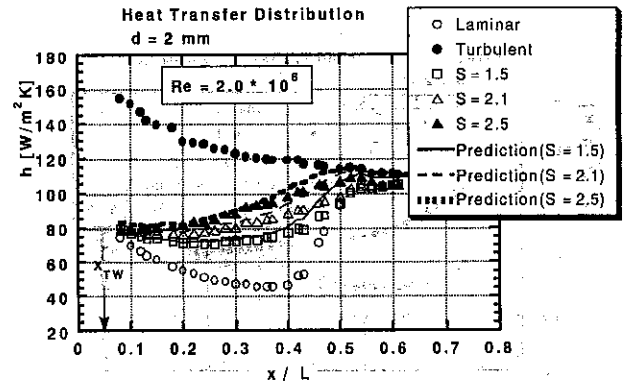


図7 後流影響下の平板境界層の熱伝達特性 ( $Re = 2.0 \times 10^5$ )

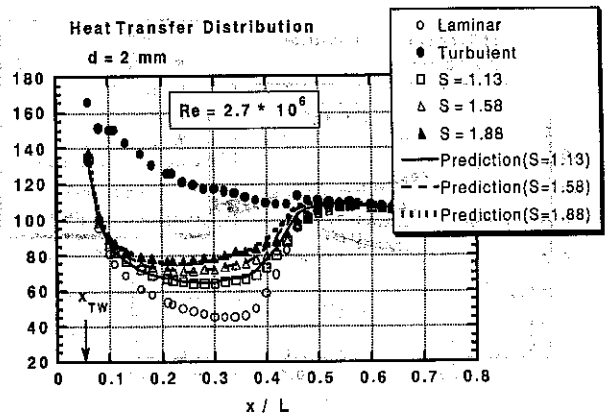


図8 後流影響下の平板境界層の熱伝達特性 ( $Re = 2.7 \times 10^5$ )

$$h(x) = (1 - \gamma(x))h_L(x) + \gamma(x)h_T(x) \quad (10)$$

$$St(x) = (1 - \gamma(x))St_L(x) + \gamma(x)St_T(x) \quad (11)$$

計測結果および式(10)による評価結果を図6~8に示す。これらの図から、後流周波数の低い場合の一部分を除き、式(10)による評価値は実験値によく一致することが確認された。このことは、式(2)による強制遷移開始点の推定および式(9)による後流持続時間の推定がほぼ妥当なものであることを示している。

図9には、強制遷移点の効果を見るため、式(2)により推定した強制遷移点 ( $Re_{OTW} = 226$ ) および一定値 ( $Re_{OTW} = 190$ ) を用いた場合の熱伝達率の評価結果を比較する。両者の差は大きくはないが、式(2)を用いた方がより実験値に近いことがわかる。また、図10には、円柱径を変えた場合( $\phi d = 10$  mm)の実験と評価値との結果を示す。この場合も両者の値はよく一致している。

### 3.3 レイノルズ数の効果

3.2節での考察ではレイノルズ数とともにストローハル数  $S$  も変化するため、レイノルズ数その

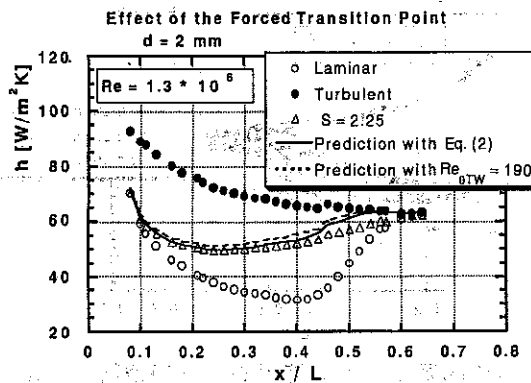


図9 後流による強制遷移開始位置の効果

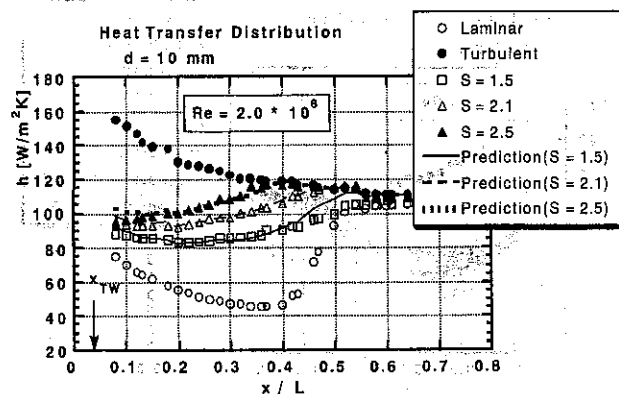


図10 後流影響下の平板境界層の熱伝達特性 ( $d = 10$  mm)

ものの効果は評価できない。そこで、ストローハル数を一定に保つように円柱回転数を変化させ、そのときの時間平均熱伝達率を計測する。ここで式(1)の間欠度を次のように書き換える。

$$\gamma(x) = \left( \frac{1}{\beta_E} - \frac{1}{\beta_F} \right) \frac{x - x_{TW}}{L} S + \frac{S}{S_w}, S_w = \frac{L}{U_{\infty} \tau_w} \quad (12)$$

図11には、ストローハル数1.8における、各レイノルズ数でのスタントン数分布を示す。非定常熱伝達に関する式(12)が正当であれば、レイノルズ数を変化させた場合でもそれぞれのスタントン数分布は、後流持続時間項の効果 (式(12)第2項) を除けば、ほぼ一致することが期待される。実際には、この項の存在、計測の不確かさの他、レイノルズ数の変化が定常流の遷移に影響し、これが時間平均熱伝達 (スタントン数) にも若干影響するため、これらは必ずしも一致はしない。また、遷移開始点や後流持続時間がレイノルズ数の影響を受けるため、結果として図11に示されるように、スタントン数の分布には多少のばらつきが生じている。しかし、全体としてはそれぞれの分布は一致する傾向にある。また、式(11)による評価値ともかなり一致している。今回の実験はそのデータ数が十分ではなく、議論の一般化は困難であるが、スタントン数表示した後流影響下の平板境界層の時間平均熱伝達特性は、主としてストローハル数の影響を受け、レイノルズ数からの影響は二次的なものであった。

### 3.4 翼問題への応用

今までの議論を実機で使用される翼の表面熱伝達特性の予測に応用した。対象とした翼は、Blair<sup>(13)</sup> が用いた動翼で、回転状態での翼表面の時間

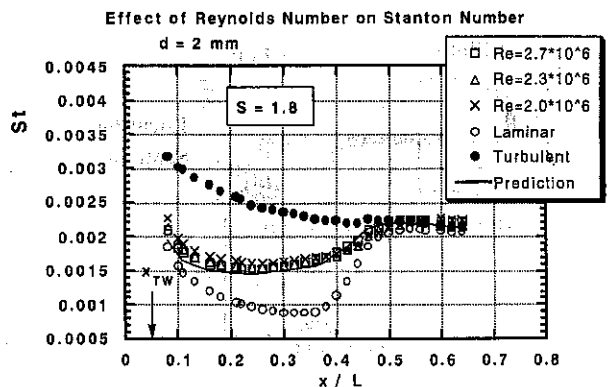


図11 スタントン数分布へのレイノルズ数の効果 (ストローハル数一定 = 1.8)

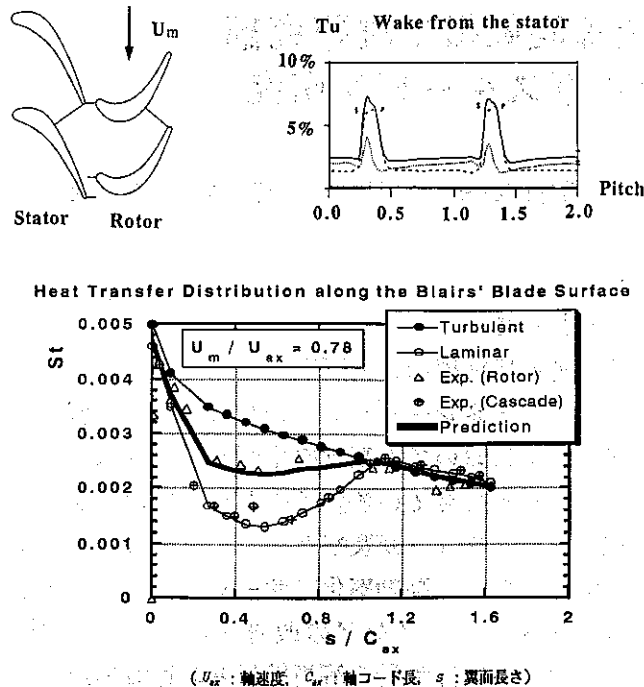


図12 翼問題への応用(後流影響下の翼まわり熱伝達の評価)

平均スタントン数分布が測定されている。この分布と上で検討されてきた手法による評価結果の比較を図12に示す。なお、図中には、この翼の平均径断面形状と同一の断面を有する2次元翼列試験の結果(cascade)も示されている。また、上流側静翼からの後流の計測結果(乱れ度分布)<sup>(13)</sup>を併せて示す。本論文で示した手法は、主流乱れ度の小さい平板境界層についての実験結果に基づき展開されているため、その手法の翼への応用は保証されていないが、比較の結果、後流の影響を受ける動翼表面の熱伝達特性について、本論文で示した方法でかなり計測値に近い評価結果が得られることがわかった。もちろん、本手法には、翼問題へ応用する前にさらに検討しておくべき課題が多く残されており(例えば、表面速度が一定でない場合の取扱い方、など)、そのため、ここでの評価にはいくつかの推定値が用いられている。ただ、このことを考慮しても、本手法は翼問題に対しても十分に有効であると判断される。

#### 4. 結論

本研究では、著者らが提示した主流乱れが小さい場合の境界層強制遷移モデルについて、これを設計に応用するためのいくつかの考察を行った。また、主流レイノルズ数を変化させた場合の時間

平均熱伝達特性を計測し、遷移モデルを用いた評価結果との比較を行った。ここで得られた結果、知見等をまとめると以下ようになる。

- (1) 後流による境界層強制遷移開始点と後流持続時間との相関式を示した。
- (2) 後流内主流乱れ分布に Gauss 分布を想定し、その半値幅として速度分布の場合の1.4倍の値を用いることで、実験結果をかなり一致することを確認した。
- (3) 後流内乱れ度分布の4%以上の乱れ度が持続する時間を後流持続時間と定義した。この定義による後流持続時間は、前報で得られた結果に基づいている、また、時間平均熱伝達特性について、この定義を用いた評価結果と今回の実験結果とがよく一致することを確認した。
- (4) ストローハル数で一定に保ちながらレイノルズ数を変化させた場合、得られた熱伝達特性をスタントン数で表示すると、それらの分布形状には大きな違いは見られず、また遷移モデルによる評価値に近くなることが確認された。また、今回の実験範囲でのレイノルズ数の効果は、圧力勾配のない平板境界層では副次的なものであった。
- (5) 本研究で示した手法を翼問題に適用し、その結果概ね妥当な結果が得られた。

#### 参考文献

- (1) 船崎, 目黒, 山脇, 機論, 58-549, B(1992), 1401.
- (2) 船崎, 目黒, 山脇, 機論, 58-550, B(1992), 1761.
- (3) 船崎, 目黒, 山脇, 山下, 機論, 59-558, B(1993).
- (4) Mayle, R. E., ASME Paper 91-GT-261.
- (5) Abu-Ghannam, B. J., and Shaw, R., J. Mech. Eng. Science, Vol. 22, 1980, 213.
- (6) 生井, 井上, 粘性流体の力学, 理工学社, 224.
- (7) Pfeil, H., and Eifler, J., Forsch. Ing. -Wes., Band 41, 1975, 137.
- (8) Reichardt, H., VDI-Forschung. 414, 1942.
- (9) Dullenkopf, K., Schulz, A., and Witting, S., ASME Paper 90-GT-121, 1990.
- (10) O'Brien, J. E., and Capp, S. P., J. Turbomachinery, Vol. 111, 475.
- (11) 日野, スペクトル解析, 朝倉(1977), 77.
- (12) 目黒, 岩手大学大学院工学研究科修士論文(平成3年度), 1992.
- (13) Blair, M., Dring, R. P., and Joslyn, H. D., ASME Paper 88-GT-125.