



# 周期的後流の影響を受ける タービン翼前縁まわりの熱伝達に関する研究 (熱伝達促進効果のモデル化)

岩手大学工学部 船崎 健一

## Abstract

In this paper, a simple method is newly developed to predict heat transfer around the leading edge of a turbine blade that is affected by the periodic wake passage. In consideration of the intense wake turbulence, it employs a quasi-steady approach to evaluate the effect of wake turbulence on the time-resolved heat transfer. Accordingly, in conjunction with the experimental finding about the wake turbulence profile, it can be assumed that the time-resolved heat transfer around the leading edge responds directly to the wake turbulence so that it behaves like a Gaussian distribution about time. In this case, the maximum heat transfer attained by the wake is calculated by the steady flow correlation of Lowey and Vachon. Moreover, the overlapping effect between the neighboring wakes is also taken into account to some extent. A comparison is made between the experiments conducted by several researchers including the present author. It follows that the proposed method yields reasonable prediction of the time-averaged heat transfer around the leading edge of the test models which are subjected to the periodic wakes. However, there appears some discrepancy between the experimental data and the prediction, hence some discussion is made to spot the causes of this discrepancy.

## 1. 緒言

著者は先に、航空エンジンなどのタービン段において、上流からの周期的な後流がタービン翼前縁まわりの流れ場や熱伝達に及ぼす影響を明らか

にするため、タービン翼前縁部を模擬する鈍頭な供試体を用いた実験を行った<sup>(1)</sup>。タービン冷却翼設計において必要となる、翼前縁部での熱伝達の定量的予測を可能にするためには、翼前縁部の伝熱特性に直接的に影響する主流乱れの効果を把握するための研究を行う一方<sup>(2)(3)</sup>、そこでの熱伝達のメカニズムの解明やモデル化が必要である。本研究では、周期的後流が存在する場合のタービン翼前縁まわりの熱伝達に関するモデル化を試みる。

## 主な記号

- $b_{1/2}$  : 速度分布に関する半値幅
- $D$  : 供試体前縁直径
- $d$  : 後流発生用円柱径
- $Fr$  : Frossling 数 ( $= Nu_D / Re_D^{1/2}$ )
- $f$  : 後流通過周波数 ( $= n n_c / 60$ )
- $h$  : 熱伝達率
- $l$  : 後流発生器と供試体前縁までの軸方向距離
- $\max[ ], \min[ ]$  : [ ]内の最大値, 最小値をとる関数
- $Nu_D$  : 前縁直径に基づくヌセルト数  
( $= hD/\lambda$ )
- $Nu_x$  : 局所ヌセルト数 ( $= h x_{surf} / \lambda$ )
- $n, n_c$  : 円盤回転数, 円柱本数
- $P$  : 円柱列ピッチ
- $Pr$  : プラントル数
- $\dot{q}$  : 熱流束
- $R$  : 供試体前縁半径
- $Re_D$  : 前縁直径に基づくレイノルズ数  
( $= U_{in} D / \nu$ )
- $Re_x$  : 局所レイノルズ数  
( $= U(x_{surf}) x_{surf} / \nu$ )
- $S$  : ストローハル数 ( $= fD / U_{in}$ )
- $St$  : 局所 Stanton 数  
( $= Nu_x / (Re_x Pr)$ )

(平成6年10月6日原稿受付)

- $St_{Tu=0}, St_{Tub}$  : 主流乱れなし, 主流乱れありの場合の熱伝達特性 ( Stanton 数 )
- $\Delta St_{max}$  : 後流通過による熱伝達の増加量
- $T, T_{\infty}$  : 温度, 主流温度
- $Tu$  : 乱れ度
- $U(x_{surf})$  : 表面速度
- $U_{in}, U_m$  : 入口速度, 円柱移動速度
- $X$  : 円柱からの相対流出角方向への距離
- $x, x_{surf}$  : 軸方向長さ, 供試体表面長さ
- $y$  : ピッチ方向への座標
- $\Delta \alpha$  : 後流による熱伝達促進効果 ( $\overline{St}/St_{Tub}-1$  または  $\overline{Nu}_D/Nu_{D,\theta=0,Tub}-1$ )
- $\gamma$  : 間欠度
- $\lambda$  : 熱伝導率
- $\nu$  : 動粘度
- $\theta$  : よどみ点からの角度 ( $\theta=0$ : よどみ点)
- $\rho$  : 密度
- $\tau$  : 後流通過周期
- $\tau_{1/2}$  : 乱れ度分布における時間に関する半値幅

添字など

- $b$  : 主流乱れ (バックグラウンドの乱れ) で決定される値
- avg, L.E. : 前縁部での平均値, 前縁よどみ点での値
- max : 後流内の最大乱れ度で決定される値 またはよどみ点での値
- $\bar{f}$  : 関数  $f$  の時間平均値

2. 熱伝達促進効果のモデル化

2.1 Van Dresar, Mayle の方法<sup>(4)</sup>

著者が先に行った実験では, 周期的な後流が供試体まわり, 特に前縁付近の熱伝達を促進すること, そしてその効果は後流通過周波数 (ストローハル数) に強く依存することが明らかにされた。一方, Van Dresar, Mayle<sup>(4)</sup> は, 上流側の静止円柱からの後流の影響を受ける円柱まわりの熱伝達を計測し, そこで得られた知見を元に, 周期的後流の影響を受ける前縁まわりの時間平均熱伝達特性, 特によどみ点での熱伝達特性  $\overline{Nu}$  を次のように推定した。

$$\overline{Nu} = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} Nu(Tu(t')) dt' = Nu_b + (Nu_{max} - Nu_b) \int_0^1 \gamma(y) d\left(\frac{y}{P}\right) \quad (1)$$

ここで,  $Nu_b = Nu(Tu_b)$ ,  $Nu_{max} = Nu(Tu_{max})$ 。Van Dresar, Mayle は, この式に後流通過周波数が含まれていないことから, この式で評価される前縁部での時間平均熱伝達は後流通過周波数 (またはストローハル数) によらない, と述べた。一方で, Dullenkopf, Mayle<sup>(5)</sup> は, 間欠度  $\gamma$  の代わりに乱れ度  $Tu$  を用いた

$$\overline{Nu} = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} Nu(Tu(t')) dt' = \int_0^1 Nu(Tu(y)) d\left(\frac{y}{P}\right) \quad (2)$$

を用いて, 前縁部よどみ点近傍と類似の流動状況 (流れが加速状態) にある翼腹面側での熱伝達特性を, 次式で与えた。

$$\overline{Nu} = Nu_b + \frac{S}{3.8} [\overline{Nu}_{S=3.8} - Nu_b] \quad (3)$$

ここで, 隣接する後流はそれぞれ重なり合わないものとする。この表現は, 式(1)と異なり時間平均熱伝達は後流通過ストローハル数に依存し, かつ, ストローハル数に対し直線的に増加することを示している。しかしながら, Dullenkopf, Mayle は, ストローハル数の増加率 ( $[\overline{Nu}_{S=3.8} - Nu_b]/3.8$ ) を予測する方法については言及しておらず, 冷却設計への適用という観点からは, 十分に検討を行ったとはいえない。

2.2 O' Brien の方法<sup>(6)</sup>

O' Brien は, 移動円柱からなる後流発生器を用い, 翼前縁を模擬する円柱表面の非定常及び時間平均熱伝達特性を調べた。そして, Lowey, Vachon<sup>(7)</sup> がよどみ点熱伝達特性に対して与えた次式

$$\frac{Nu_{max}}{Re_b^{1/2}} = 1.010 + 2.624 \left[ \frac{Tu Re_b^{1/2}}{100} \right] - 3.070 \left[ \frac{Tu Re_b^{1/2}}{100} \right]^2 \equiv F(Tu Re_b^{1/2}) \quad (4)$$

において, 主流乱れ  $Tu$  の代わりに後流内乱れ度分布を準定常的に用いることにより, 後流によるよどみ点近傍での非定常熱伝達促進効果を推定している。その結果と実験値の比較例を図1(a)およ

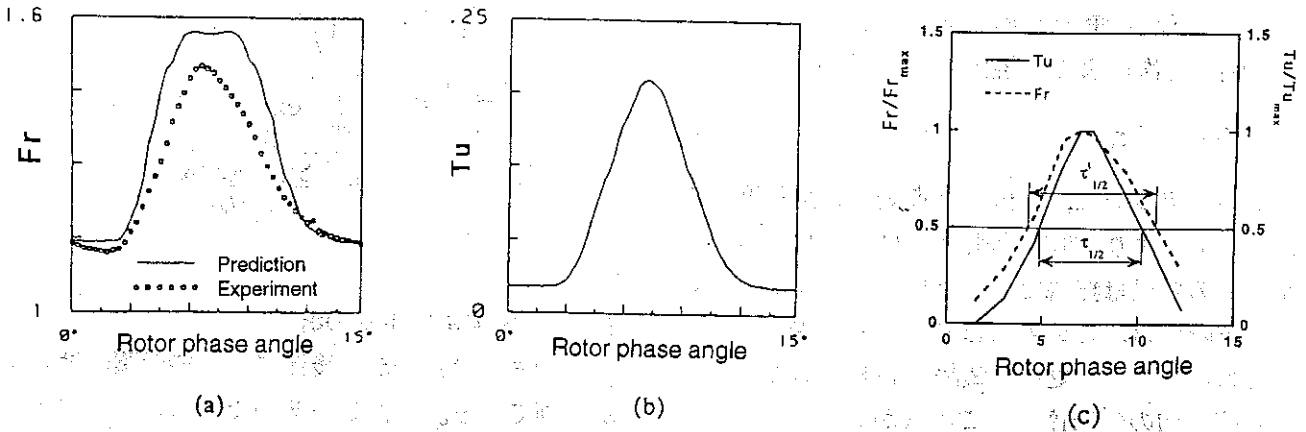


図1 円筒部での周期的後流による非定常熱伝達 (O' Brien<sup>(6)</sup>)

(a) 非定常熱伝達 (b) 後流内乱れ度分布 (c) 半値幅の比較

び(b)に示す。ここで、図1の横軸は、後流発生器の円柱の位相角(回転円内における円柱の位置)を表す。この図から、推定値が実験値よりも熱伝達促進効果(Frossling数 $Fr$ )を大きく評価していることがわかる。また、後流内乱れ度分布と比較すると、推定値では式(4)の非線形性から生ずる「頭打ち」現象が現れているが、実験値は乱れ度分布に類似の(正規分布に近い)分布になっていることがわかる。しかし、全体としては、手法の簡便さを考慮すれば、かなりよい予測精度となっている。

2.3 後流による時間平均熱伝達促進効果の予測法

2.3.1 一般的表示

以上の考察をもとに、上流側からの周期的後流によるタービン動翼前縁付近での熱伝達促進効果の予測法について検討する。

はじめに、前縁まわりでの後流と境界層との干渉について考察する。翼前縁付近では、境界層が薄く、また、流れがよどみ点以降の急激な加速状態にあるため、強い乱れを伴う後流の通過によっても、平板境界層のような乱流スポット群(乱流パッチ)<sup>(6)</sup>は発生しないものと考えられる。従って、実験で確認された後流による熱伝達の促進は、主流乱れの効果は除き、後流が供試体表面上を通過することのみによって生じたものと推測される。言い換えると、後流が通過している間は、表面境界層は乱流の状態になっているが、後流通過後はそれ以前の状態に回復するものと考えられる。以上の仮定はO' Brien<sup>(6)</sup>の薄膜センサーを用いた実験においても確認されている。また、前節でも

述べたように、O' Brienの実験では、前縁付近での非定常熱伝達特性は、後流内の乱れ度分布に類似の分布(正規分布)になることも示されている。以上の点を踏まえて、次のようなモデルを考える。まず、後流内乱れ度分布を次式のように表す<sup>(9)</sup>。

$$Tu(t) = \max \left[ Tu_b, Tu_{\max} \exp \left( -\ln^2 \left( \frac{t}{\tau_{1/2}} \right)^2 \right) \right] \quad (6)$$

ここで、 $Tu_b$ は主流乱れ度、 $Tu_{\max}$ は後流内での乱れ度の最大値、また $\tau_{1/2}$ は乱れ度分布(正規分布の部分)の半値幅である。これに応じて熱伝達が変化すると仮定すると、非定常熱伝達はスタント数を用いて次のように表せる。(図2)。

$$St(t) = \max \left[ St_{Tu_b}, St_{Tu=0} + \Delta St_{\max} \exp \left( -\ln^2 \left( \frac{t}{\tau'_{1/2}} \right)^2 \right) \right] \quad (7)$$

ここで $\tau'_{1/2}$ は熱伝達分布の半値値である。図1(a),(b)から正規分布に対応する部分を抜き出し、それぞれの最大値で無次元化したFrossling数

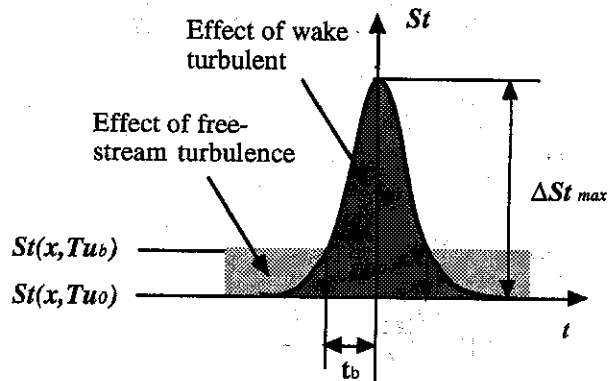


図2 周期的後流による非定常熱伝達のモデル図

Fr および乱れ度 Tu の分布から、 $\tau'_{1/2}$  と  $\tau_{1/2}$  の間の関係を次のように規定する (図 1(c)).

$$\tau'_{1/2} \cong 1.2\tau_{1/2} \quad (8)$$

式(7)のモデルでは、熱伝達促進効果は乱れ度のみによって決まり、他の要因、例えば乱れ長さスケールなどの効果は無視できると仮定して導かれている。実際には、この効果は必ずしも無視できるものではなく<sup>(5)(10)</sup>、更なる議論が必要である。

時間平均の熱伝達は、この式から

$$\begin{aligned} \overline{St} &= \frac{1}{\tau} \int_{t_b}^{\tau} St(t) dt \\ &= \frac{2}{\tau} \left\{ \int_{t_b}^{\tau} St_{Tu=0} dt \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{t_b} [\Delta St_{max} \exp(-\ln 2(t/\tau_{1/2})^2) \right. \\ &\quad \left. + St_{Tu=0}] dt \right\} \quad (9) \\ &= \frac{2}{\tau} \left\{ St_{Tu=0} \left( \frac{\tau}{2} - t_b \right) \right. \\ &\quad \left. + \Delta St_{max} \int_0^{t_b} \exp(-\ln 2(t/\tau_{1/2})^2) dt \right. \\ &\quad \left. + t_b St_{Tu=0} \right\} \end{aligned}$$

ここで、 $t_b$  は後流による乱れ度と主流乱れとが交わる時刻であり、(図 2)、式(6)から次のように与えられる。

$$t_b = \tau_{1/2} \sqrt{-\frac{1}{\ln 2} \ln \left( \frac{St_{Tu=0} - St_{Tu=0}}{\Delta St_{max}} \right)^2} \quad (10)$$

後流による実質的な熱伝達促進効果を以下のように評価する ( $St_{Tu=0}$  以上の面積)。

$$\begin{aligned} &(\overline{St} - St_{Tu=0})\tau \\ &= 2 \left\{ -t_b St_{Tu=0} \right. \\ &\quad \left. + \Delta St_{max} \int_0^{t_b} \exp(-\ln 2(t/\tau_{1/2})^2) dt \right. \\ &\quad \left. + t_b St_{Tu=0} \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

または、

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &\equiv \left( \frac{\overline{St}}{St_{Tu=0}} - 1 \right) \\ &= 2 \left\{ \left( \frac{St_{Tu=0}}{St_{Tu=0}} - 1 \right) \frac{t_b}{\tau} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Delta St_{max}}{St_{Tu=0}} \frac{1}{\tau} \int_0^{t_b} \exp(-\ln 2(t/\tau_{1/2})^2) dt \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 2 \left\{ \left( \frac{St_{Tu=0}}{St_{Tu=0}} - 1 \right) \frac{t_b}{\tau} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Delta St_{max}}{St_{Tu=0}} \frac{\tau_{1/2}}{\tau} \int_0^{t_b} \exp(-\ln 2t'^2) dt' \right\} \end{aligned}$$

$$t'_b = \frac{t_b}{\tau_{1/2}} = \sqrt{-\frac{1}{\ln 2} \ln \left( \frac{St_{Tu=0} - St_{Tu=0}}{\Delta St_{max}} \right)^2} \quad (13)$$

### 2.3.2 準定常的手法の導入

式(11)または式(12)から後流による熱伝達促進効果が評価できる。ただし、そのためにはベースとなる  $St_{Tu=0}$  や  $\Delta St_{max}$  などを与える必要がある。次にこの点を検討する。

Addison, Hodson<sup>(11)</sup> は、後流内の乱れ運動エネルギーが後流通過周期と比べ十分に短い時間で境界層内に拡散すること示すとともに、これによって後流が境界層に与える効果 (遷移など) に対して定常的な関係式が適用できるとする、いわゆる準定常的な取り扱いの可能性も示した (詳細な検討に関しては付録 A に記す)。彼らの考えを援用して、式(4)の関係が後流内乱れ度の最大値  $Tu_{max}$  に対しても成立するものと仮定する。即ち、

$$\Delta St_{max} = F(Tu_{max} Re_B^{1/2}) - F(0) \quad (14)$$

ただし、式(4)は、 $Tu Re_B^{1/2} = 42.7$  で最大値を示しそれ以後減少することを考慮して、式(14)を最大値以降一定になるように書き換える。

$$\begin{aligned} \Delta St_{max} &= F(Tu_{max} Re_B^{1/2}) - F(0), \\ Tu_{max} Re_B^{1/2} &\leq 42.7 \\ &= Th, Tu_{max} Re_B^{1/2} > 42.7 \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $Th$  は  $\Delta St_{max}$  の上限値 ( $\cong 1.57$ ) である。後流の半値幅に関しては、速度分布に関する次の実験式<sup>(12)</sup>

$$\frac{b_{1/2, \text{velocity}}}{d} = 0.308 \sqrt{C_d} \left( \frac{X}{d} \right)^{1/2} \quad (16)$$

および船崎らの研究の結果<sup>(9)</sup> から、

$$\tau_{1/2} = \frac{b_{1/2}}{U_m \cos(\lambda_c)}, \lambda_c = \tan^{-1} \left( \frac{U_m}{U_{in}} \right) \quad (17)$$

なお、上に現れた記号等の説明を図 3 に示す。

### 3. 実験結果との比較

以下に、周期的後流によるタービン翼前縁部での熱伝達促進効果に関するいくつかの実験結果と、本研究で展開した予測法による結果との比較を行

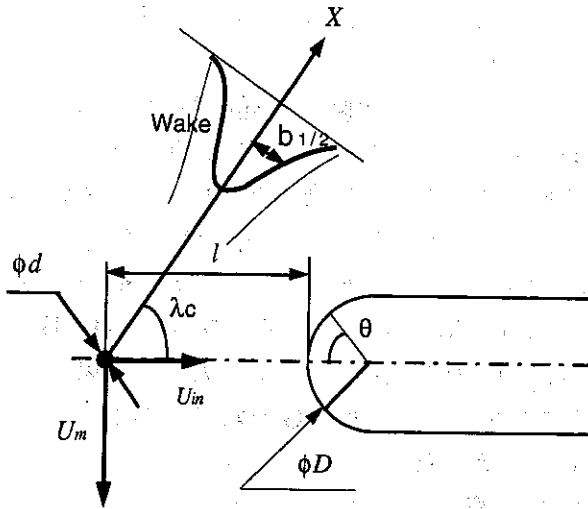


図3 円柱下流の後流と供試体に関する諸元値

う。計算に必要となる緒元値を表1にまとめておく。なお、主流乱れ  $Tu_b$  や後流内最大乱れ度  $Tu_{max}$  については、試験条件等による変動は小さいものと考え、代表的な値を用いている。

3.1 O'Brienの実験<sup>(6)</sup>との比較

図4に、O'Brienの実験で得られた後流によるよどみ点での熱伝達促進効果と、前節で展開した予測法による評価値との比較の結果を示す。ここで、 $S' = 2\pi fd/U_{in}$ 。O'Brienの実験では、ストローハル数が  $S'$  が0.25以下の時、 $\Delta\alpha (\equiv Nu_{\theta=0, S=0} - 1)$  はほぼ一定 ( $\approx 0.08$ ) であるが、予測値でもほぼこれに近い値を示している。 $S'$  が0.25以上になると、実験および予測による  $\Delta\alpha$  は両者とも  $S'$  の増加により上昇し、また予測値と実験値とは定量的によく一致している。

3.2 Dullenkopfらの実験<sup>(12)</sup>との比較

Dullenkopfらは、O'Brienと同様の後流発生器を用いて、後流による熱伝達促進に関する翼列試験を行った。彼らの実験のうち、2つのレイノルズ数についての実験結果（前縁部における熱伝達の最大値から算出）および予測値との比較を図5に示す。ここでは、実験で用いられた最も長い  $l$ （後流発生器と翼列前縁までの軸方向距離）を用いている（彼らの論文では、 $l$ の効果は十分に小さいとして、実験結果がどの距離の時に得られたものか明記されていないため）。レイノルズ数が  $2.8 \times 10^4$  の場合、ストローハル数が0.15以下の範囲では予測値は実験値とかなりよく一致しているが、それ以降は本研究で展開された予測法は実験値よ

表1 実験条件の比較

	O'Brien <sup>(6)</sup>	Dullenkopf et al. <sup>(12)</sup>	Funazaki et al. <sup>(11)</sup>
$d$ [m]	0.003175	0.0015	0.005
$D$ [m]	0.0127	0.0094	0.10
$d/D$	0.25	0.16	0.05
$l$ [m]	0.05	0.091	0.15
$n$	24	4, 7, 14, 28	3, 6
$Tu_b$ [%]	1.2	1.5	0.6
$Tu_{max}$ [%]	18	6	8

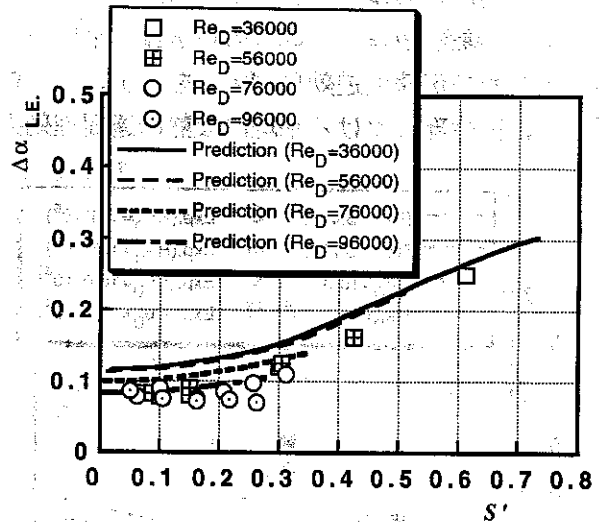


図4 周期的後流によるよどみ点での熱伝達促進効果 (O'Brien<sup>(6)</sup>の実験と予測値との比較)

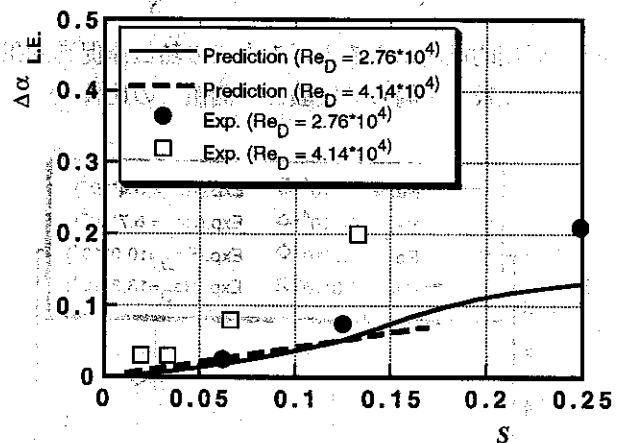


図5 周期的後流によるよどみ点での熱伝達促進効果 (Dullenkopfらの翼列実験<sup>(12)</sup>と予測値との比較)

りも低い値を与えるようになる。レイノルズ数が  $4.1 \times 10^4$  の場合、予測値は定性的には実験値と同様の傾向になるものの、特に高ストローハル数の範囲で定量的には実験値よりも低い値を示すようになる。

3.3 船崎らの実験との比較<sup>(1)</sup>

船崎らは、半円筒の前縁部を有する供試体を用いて、周期的後流による熱伝達促進効果を調べた。その結果（前縁部における熱伝達の最大値から算出）と予測値との比較を図6に示す。予測値は定性的には実験値と同様の傾向を示すが、定量的には熱伝達促進効果を過小評価している。この場合も前節と同様に、レイノルズ数の増加と共に実験値と予測値との差異が拡大する傾向にある。図7には、前縁部( $\theta = 0^\circ - 40^\circ$ )の熱伝達の平均値から算出した熱伝達促進効果  $\Delta\alpha_{avg}$  を示す。この結果から、前縁部における平均的な熱伝達促進効果

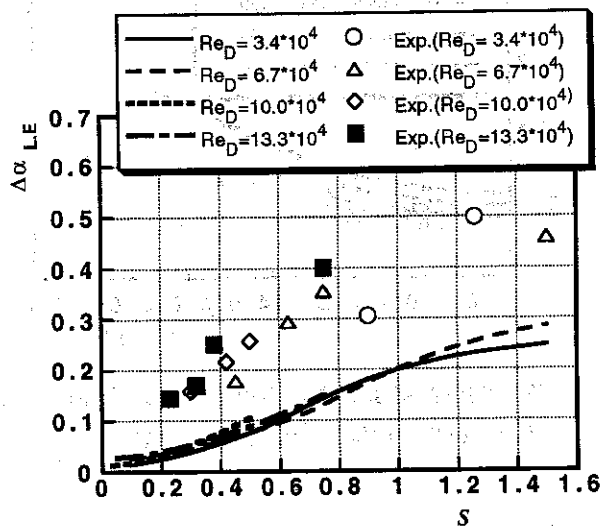


図6 周期的後流によるよどみ点での熱伝達促進効果の比較（船崎らの実験と予測値との比較<sup>(1)</sup>）

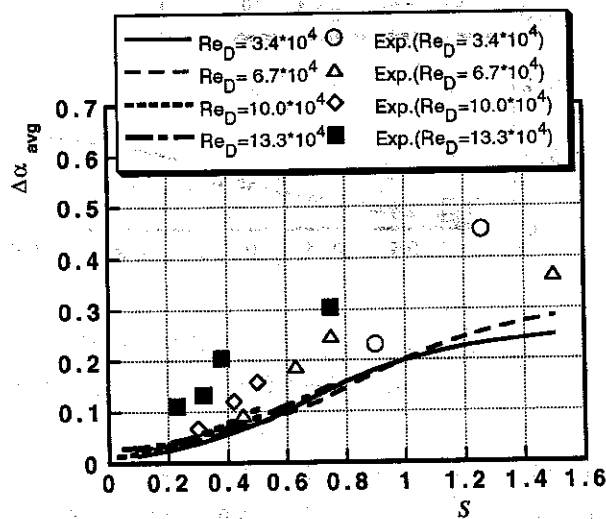


図7 周期的後流によるよどみ点周辺での平均熱伝達促進効果の比較（船崎らの実験と予測値との比較<sup>(1)</sup>）

に関しては、予測値は定量的にも実験値に近い値を与えていることがわかる。

なお、船崎らの実験や前述の Dullenkopf らの実験を対象にした計算では、3.1 節での O' Brien の実験を対象とした場合よりもレイノルズ数の効果が小さくなっている。 $\Delta\alpha$ にはレイノルズ数  $Re_D$  は  $Tu_{max} Re_D^{1/2}$  の形で関与するが、船崎らの実験や Dullenkopf らの実験での  $Tu_{max}$  が O' Brien の実験のそれと比較して小さいため、結果として  $\Delta\alpha$  に対するレイノルズ数の効果が小さくなったものと考えられる。

4. 考察

前節で示したように、本研究で展開した予測法は、ストローハル数の増加による熱伝達促進効果の変化に関する定性的な予測は可能であるが、定量的予測という面でやや難がある。この原因としては、以下のような点が考えられる。

(1) 後流と供試体との干渉効果を見逃している点

図8に供試体上流(点F)および供試体前縁近傍(点N)での後流波形の計測例(アンサンブル平均値)を示す<sup>(13)</sup>。なお、試験条件は船崎らの実験<sup>(1)</sup>と同じである。また、乱れ度は局所速度で無次元

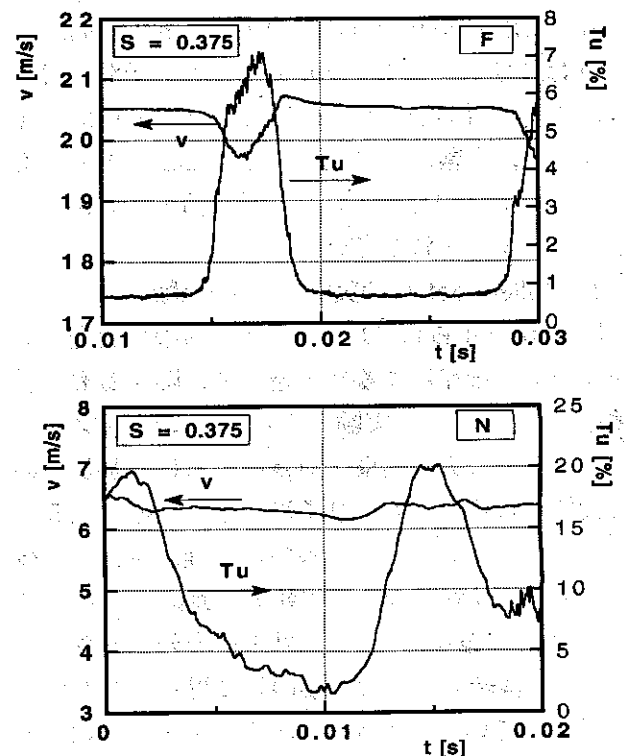


図8 供試体前方(上)・近傍(下)での円柱後流の計測例

化されている。この図から、供試体近傍では、速度分布には減速域が現れず、また乱れの領域が拡大するなど、後流波形の変形が著しいことがわかる。このような変形は、供試体前縁まわりの流れ場と大きく関係し、供試体前縁の径と後流を発生する円柱の径との比  $D/d$  が大きいほど、また入口流速が大きいほど、後流波形の変形は大きいと考えられる(付録B参照)。これが、3.2節、3.3節での結果に現れたレイノルズ数効果の原因と考えられる。後流の変形、特に乱れの領域の拡大は熱伝達促進効果に直接関係するため、この効果を適正に評価することが、予測精度の向上に繋がると思われる。

## (2) 後流同士の干渉効果を見逃している点

図9には上と同様に、船崎らの研究で得られた高ストローハル数 ( $S=1.5$ ,  $Re_D=6.7 \times 10^4$ ) における後流波形(点F)を示す。なお、比較のために、式(6)で計算された後流乱れ度分布を併記する(式(6)は変形を受ける前の後流乱れ度分布をかなりよく予測することが可能であることがわかる)。ここで注目すべきことは、高ストローハル数の場合、後流同士が互いに干渉し、その結果乱れ度が主流乱れ度  $Tu_b$  よりも常に高い値を示すようになる点である。本研究での予測法では、後流同士が干渉し合う場合、式(12)の積分の上限をその交点に設定しているため、図から明らかなように、予測は乱れの領域を過少評価していることになる。高ストローハル数における予測値と実験値との違いが比較的大きいのはこれが関係していると思われる。

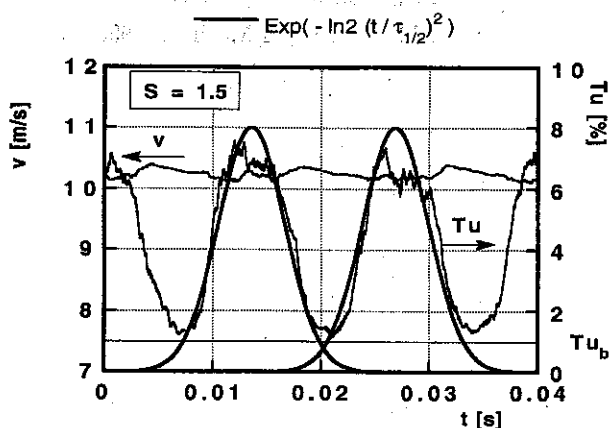


図9 後流波形間の干渉  
(後流波形とモデル式との比較)

## 5. 結 言

本研究では、周期的後流によるタービン翼前縁まわりの熱伝達に関して、準定常的な熱伝達メカニズムに基づいた簡易モデルを用いて後流の熱伝達促進効果の予測法を展開し、主に時間平均熱伝達率に関する3種類の実験データとの比較によりその妥当性の検討を行った。その結果、O'Brienの実験結果とは定量的にも良好な予測結果を得ることができたが、他の2つの実験結果に関しては予測法は低めの値を与えたので、その原因を検討した。今後、この検討結果をもとに、予測法の改良を進める予定である。

## 参考文献

- (1) 船崎, 山下, 山脇, ガスタービン秋季講演会講演論文集 (1993), 201
- (2) Ou, S., Mehendale, A. B. and Han, J. C., J. Turbomachinery, Vol. 114, 1992, 716-723
- (3) 船崎, 山下, 山脇, 日本機械学会熱工学部門講演会講演論文集 (1993), 47
- (4) Van Dresar, N. T., Mayle, R. E., J. Turbomachinery, Vol. 111, 1989, 483
- (5) Dullenkopf, K., Mayle, R. E., ASME Paper 92-GT-377, 1992
- (6) O'Brien, J. E., J. Turbomachinery, Vol. 112, 1990, 522
- (7) Lowey, G. W., Vachon, R. I. Int'l J. Heat and Mass Transfer, Vol. 18, 1975, 1229
- (8) 船崎, 目黒, 山脇, 山下, 議論, 59-558, B (1993), 357
- (9) 船崎, 山下, 山脇, 日本ガスタービン学会誌, 20-80, 1993, 77
- (10) Young, C. D. et al., J. Heat Transfer, Vol. 114, 65-72
- (11) Addison, J. S., H. P. Hodson, J. Turbomachinery, Vol. 112, 1990, 216-222
- (12) Dullenkopf, K., Schulz, A., Witting, S., ASME Paper 90-GT-121, 1990
- (13) 山下, 岩手大学大学院修士論文 (平成5年度)

## 付録 A

レイリー問題から、壁面から粘性の影響の及ぶ範囲、即ち境界層厚さ  $\delta$  のオーダーは、拡散方程式から次のように与えられる<sup>(付1)</sup>。

$$\delta \sim \sqrt{\nu t} \quad (\text{A.1})$$

ここで、 $\nu$  は動粘度である。これから、粘性が  $\delta$  の距離の範囲内に影響を与えるに要する時間  $\tau_v$  は  $\tau_v \sim \delta^2/\nu$  で与えられる。動粘度において渦動粘度が支配的であると仮定し、 $\tau_v$  と後流通過周期  $\tau$  との比をとり、境界層厚みが局所レイノルズ数の  $1/2$  乗に比例することを考慮して、次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\tau_v}{\tau} &\sim \frac{\delta^2}{\nu \tau} \sim \frac{x}{U_e \tau} \frac{\nu_m}{\nu_t} = \frac{D}{U_{in} \tau} \frac{U_{in}}{U_e} \frac{x}{D} \frac{\nu_m}{\nu_t} \\ &= S \frac{U_{in}}{U_e} \frac{\theta}{2} \frac{\nu_m}{\nu_t} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

ここで、 $x$  は前縁よどみ点から計った長さ、 $\theta$  は角度、 $\nu_m$  は分子動粘度である。供試体前縁まわりの流れを円柱まわりのポテンシャル流れで近似し、よどみ点近傍 ( $\theta < 30^\circ$ ) について考えると、 $U_e/U_{in} = 2 \sin \theta \cong 2\theta$  と表せ、さらに  $S \sim O(1)$  であるから、結局、後流内の乱れの影響が境界層内に拡散する時間と後流通過周期との比は、

$$\frac{\tau_v}{\tau} \sim \frac{\nu_m}{\nu_t} \quad (\text{A.3})$$

で評価できる。円柱後流の場合、 $\nu_t = 0.0225 C_d U_{in} d$  ( $C_d$ : 効力係数) より<sup>(付2)</sup>、本研究の場合、( $d = 0.005$ ) では  $\tau_v/\tau \cong 1/150$  になる。即ち、後流通過周期の 1% 以下の時間で後流の影響が供試体前縁近傍における境界層内に拡散する。このことから、準定常的な取り扱いがほぼ妥当なものであると認められる。

## 付録 B

前縁近傍での後流波形の変形は、前縁まわりでの後流中心線の変形に起因する部分が大きいと考えられる。この変形量はタイムラインの変形量によって評価することが可能である。ここで、次の関数  $\Delta(x, y_0^i)$  を定義する。

$$\Delta(x, y_0^i) = \int_{x_0}^x \frac{d\xi}{U(\xi, y_0^i)} \quad (\text{B.1})$$

ここで、 $\Delta(x, y_0^i)$  はドリフト関数<sup>(付3)</sup>と呼ばれ、流体粒子の移動時間を表す関数である。 $y_0^i$  は対象とする流体粒子が移動する流線  $i$  の上流側  $x_0$  での  $y$  座標であり、ドリフト関数が考えている流線に依存することを表す。タイムラインの変形は、隣接する流線上でのドリフト関数 (移動時間) の差が関与するので、これから任意の流線間での差を取る。即ち、

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= \Delta(x, y_0^i) - \Delta(x, y_0^j) \\ &= \int_{x_0}^x \frac{d\xi}{U(\xi, y_0^i)} - \int_{x_0}^x \frac{d\xi}{U(\xi, y_0^j)} \\ &= U_{in} \int_{x_0}^x \left[ \frac{1}{U(\xi, y_0^i)/U_{in}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{U(\xi, y_0^j)/U_{in}} \right] d\xi \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

ここで、 $U(\xi, y_0^i)/U_{in}$  は入口速度に対する局所速度の比を表すが、亜音速流においてはこの比は入口速度により変化しないと考えてよい。従って、 $\delta_{ij}$ 、即ち後流波形の変形は、入口速度  $U_{in}$  が大きくなるほど大きくなる。

(付1) 日野, 流体力学, 1992, 220

(付2) 生井, 井上, 粘性流体の力学, 1978, 224

(付3) Lighthill, M. J., J. Fluid Mech., 1, 1956, 31