

タービン翼列の空力特性に対する後流干渉効果 (第2報 後流の減衰特性)

船崎健一(岩手大工)
手塚信明(川崎重工)
田沼唯士(東芝)

1 緒言

第1報では、周期的後流の影響を受ける直線タービン翼列での時間平均空力特性を中心に議論を行った。第2報である本論文では、上流側からの後流が翼列を通過する間にどのように減衰するかを詳細に検討する。上流側からの後流の減衰挙動を把握することは、第1報で述べたように、後流による混合損失の発生状況を理解し、さらに下流側に位置する翼列への影響の程度を推定する上で極めて重要であり、多段ターボ機械の設計にとり有益な知見を提供する。また、CFDが後流と翼列との干渉現象をどの程度まで正確に予測できるかを検証するための実験データ提供、という観点からも意義のある研究であると考えられる。

後流の減衰を考える際に、後流自身をどのように定義、識別するかが重要となる。一般的には後流は速度欠損や乱れ度で定義されることが多いが(例えば文献(1))、CFDではエントロピーで定義することも少なくない(例えば文献(2))。Goldstein, Atassi⁽³⁾や西山, 船崎⁽⁴⁾によれば、非一様な時間平均速度場により速度欠損(ガスト振幅)の大きさが変化することが示されている。従って、タービン翼列のような非一様性の強い流れ場において、後流を識別する量として速度欠損量を使用することは必ずしも適当でなない。そこで、本研究では、後流の識別量として、速度欠損量の他に、輸送方程式によって支配される渦度を採用した。そして、実験結果と後流特性の減衰に関する相関式との比較により、翼列を通過する際の後流の減衰状況の変化について議論する。

2 渦度の推定

2.1 渦度輸送方程式

ナビエ・ストークスの式から、渦度輸送方程式が次のように導出される。

$$\frac{D\Omega}{Dt} = (\Omega \cdot \nabla)\mathbf{v} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \Omega \quad (1) \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)$$

ここで、 Ω は渦度ベクトル、 \mathbf{v} は速度ベクトル、 Re はレイノルズ数である。流れ場の二次元性が仮定できるとき、 $\Omega = (0, 0, \omega)$ 、 $\mathbf{v} = (u, v, 0)$ となることから、

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad (2)$$

速度成分を、例えば $u(x, y; t) = U(x, y) + u'(x, y; t)$ のように時間平均成分及び変動成分に分離し、 $u', v' \ll U, V$ を仮定すると、式(2)は次の様に線形化される。

$$\frac{D_0 \omega'}{Dt} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega' \quad (3) \quad \frac{D_0}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} \quad (4) \quad \omega' \equiv \frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} \quad (5)$$

なお、上の式では、時間平均流は渦なし流れを仮定している。

式(3)は、流れの変動成分の渦度 ω' が、粘性による拡散効果を受けながら時間平均流により輸送されることを表している。式(3)の粘性項を無視した場合、式(3)は容易に積分する事ができる。即ち、

$$\omega'(x, y; t) = \omega'_0 \exp\left(t - \int_{s_0}^s \frac{ds'}{q(s')}\right) \quad (6) \quad q(s) = \sqrt{U^2 + V^2}$$

ここで、 s は時間平均の流れに沿った座標系で、 ω'_0 は $s = s_0$ における渦度である。式(6)中の関数

$$T_D(s) \equiv \int_{s_0}^s \frac{ds'}{q(s')} \quad (7)$$

はドリフト関数 (drift function) と呼ばれ⁽⁵⁾, 流体粒子が流線上を移動するのに要する時間を表す. 以上の結果から, 粘性による拡散・減衰現象は再現できないものの, 時間平均速度場及び式(6)に基づいて, 上流側から流入する後流が翼列内をどのように移動するかを推定することが可能になる. 図1には, 西山, 船崎の計算コード⁽⁶⁾を用いて算出した翼列内の渦度分布を示す ($S=0.69$). この図から, 翼列内を通過する円柱からの後流の移動状況が理解できる. ここでの特徴としては, 円柱からの後流が, 翼列を通過する際に大きく変形し弓状になっている点が指摘できる.

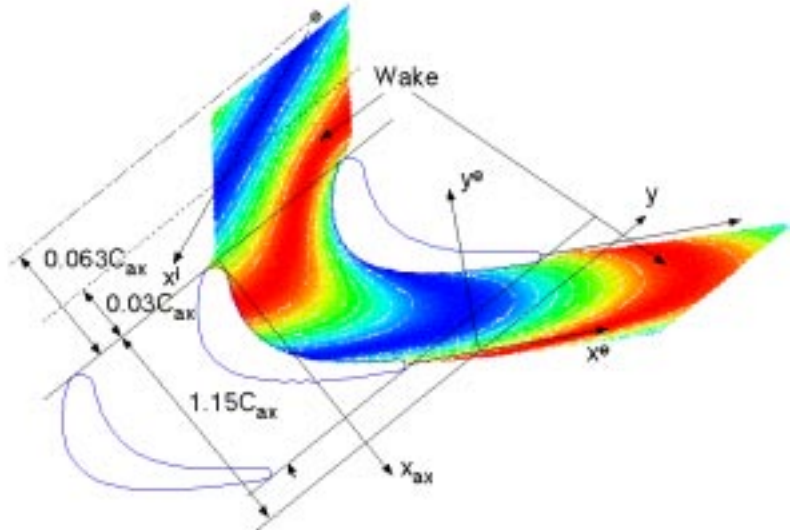


図1 翼列を通過する円柱後流位置の推定 ($S=0.69$)

2.2 流入渦度の減衰

ここでは, 円柱後流の渦度が下流側にどのように減衰するかを, 速度欠損の減衰に関する相関式を用いて推定する.

速度欠損の形状を正規分布で近似し⁽⁷⁾, 速度欠損を第1報の式(6)で評価すると, 後流内の速度分布は次式で与えられる (図2参照).

$$W(x^i, y^i) = W_1 - \Delta w(x^i, y^i) = W_1 \left\{ 1 - 2.007 \left(\frac{x^i}{d} \right)^{-0.71} \exp \left[-(\ln 2) \left(\frac{y^i}{b_{1/2}} \right)^2 \right] \right\} \quad (8)$$

流れ方向 (x^i) への速度勾配を無視すると, 円柱後流に付随する渦度は次のように計算される.

$$\omega_1 = -\frac{\partial W}{\partial y^i} = -2.782 W_1 \left(\frac{x^i}{d} \right)^{-0.71} \frac{y^i}{b_{1/2}^2} \exp \left[-(\ln 2) \left(\frac{y^i}{b_{1/2}} \right)^2 \right] \quad (9)$$

円柱後流の渦度の最大値は, 第1報の式(8)を用いると, 次のようになる.

$$\hat{\omega}_{1, \max} \equiv \frac{\omega_{1, \max} d}{W_1} = \frac{4.653}{\sqrt{C_d}} \left(\frac{x^i}{d} \right)^{-1.21} \quad (10)$$

2.3 Taylorの凍結モデルによる非定常速度場, 渦度場の評価

第1報で示したように, 熱線流速計による流れ場の計測は翼列上流及び下流に設けられたスロットで行われている. 従って, 計測されたデータのままで渦度分布を計算することができない. そこで, Taylorの凍結モデル (凍結乱流の仮定)⁽⁸⁾を応用し, 非定常速度場及び渦度場を算定する. ここで, 議論を簡単化するために, 図3のような翼列下流 (流れ方向に一樣な速度 $U^e(y^e)$) での流れ場を考える. Taylorの凍結モデルによれば, 非定常速度ベクトル $\vec{U}(x^e, y^e)$ は次式に従うことになる.

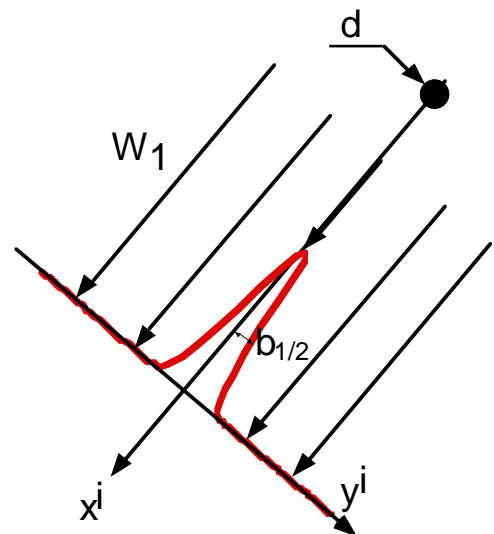


図2 円柱下流の流れ場

$$\frac{\partial \tilde{u}(x^e, y^e; t)}{\partial t} + U^e(y^e) \frac{\partial \tilde{u}(x^e, y^e; t)}{\partial x^e} = 0 \quad (11)$$

この式から、例えばSlot 1上で $y^e = y_j^e$ という点を通過する流線に着目すると、ある瞬間($t = t_1$)での翼列下流任意の位置における非定常速度ベクトルは、次のように推定することができる。

$$\tilde{U}(x^e, y_j^e; t_1) = \tilde{U}(x^e, y_j^e; t_1 - (x^e - x_j^e)/U^e(y_j^e)) \quad (12)$$

式(12)によって求めた速度ベクトルから、翼列下流での渦度場が次の様に決定できる。

$$\omega^e = \nabla^e \times \tilde{U}, \quad \nabla^e = (\partial/\partial x^e, \partial/\partial y^e) \quad (13)$$

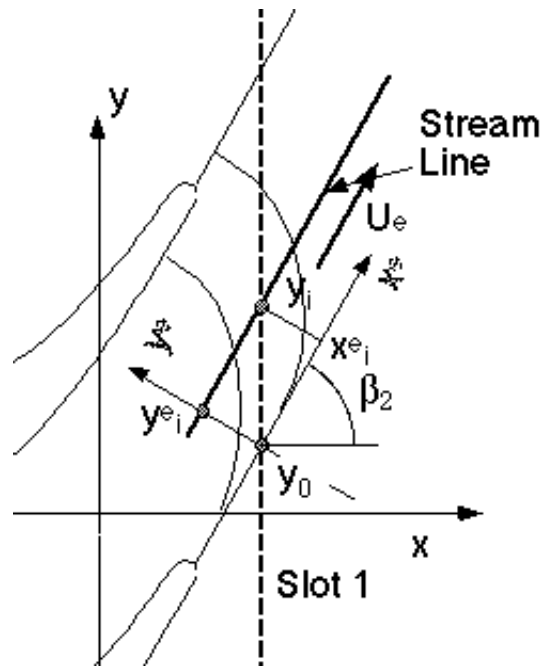


図3 翼列下流での流れ場

3 実験結果

3.1 翼列上流での速度場・渦度場

図4に、Slot 0で計測した速度データから算出した翼列上流速度ベクトル及び渦度分布を示す。この図において、後流の存在を明瞭にするため、算出した速度ベクトルから翼列入口での一様な流れ場での速度ベクトルを差し引いた結果を示している。なお、この図で示している円柱列のピッチは、速度場と渦度場との対比を行うために、実際のピッチよりも短くなっている点に留意されたい。

円柱からの後流は、円柱後方で円柱に対する相対流入角方向に発達した状態で翼列に流入する状態が理解できる(実際には、図1のように、翼列近傍での非一様な速度場の影響で、後流の変形が生ずる)。円柱の下流には、符号の異なる渦度の領域が明確に確認できる。

凍結モデルを用いて推定した渦度と、先に示した式(9)による円柱後流の渦度の推定値との比較を図5に示す。ここで左側の図は円柱直径 $d=3\text{mm}$ 、右側の図は円柱直径 $d=5\text{mm}$ の計測結果及び推定値である。凍結モデルに基づく実験値には若干のデータのばらつきが見られるが、 $d=3\text{mm}$ の場合には渦度の大きさ、広がり、符号の変化などの

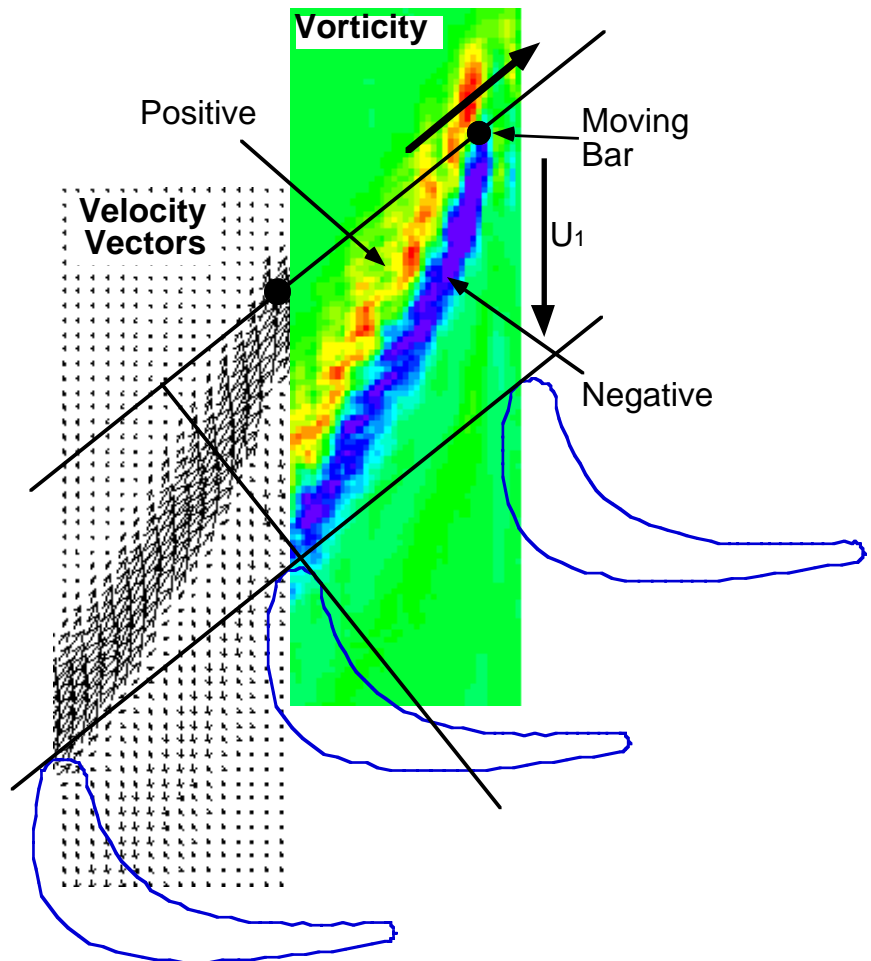


図4 翼列に流入する円柱後流とその渦度 (d=5)

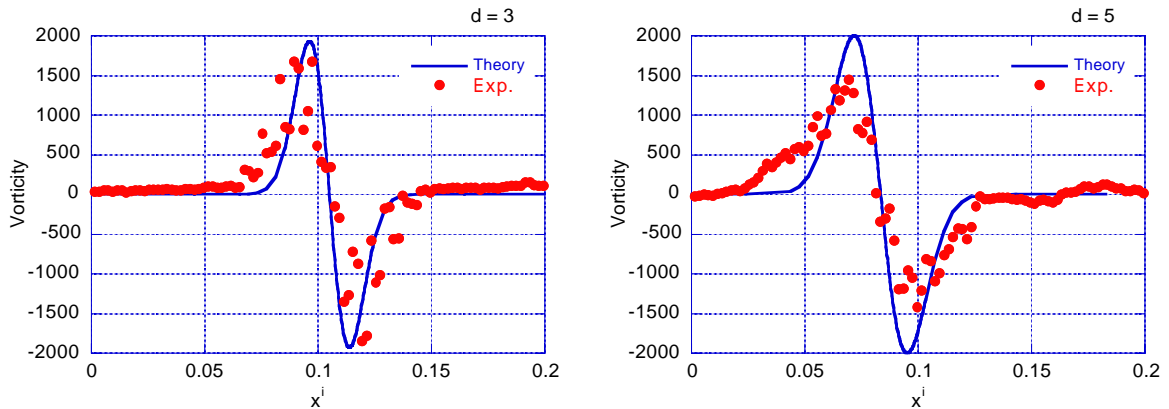


図5 相関式による相対流れ方向渦度分布及び凍結モデルを用いた渦度の推定値
(左: $d = 3 \text{ mm}$ / 右: $d = 5 \text{ mm}$)

観点で、計測値と推定値はほぼ一致していると言える。 $d=5\text{mm}$ の場合では差異が比較的顕著になっているが、 $d=5\text{mm}$ の円柱後流内の乱れ度が20%程度と推定される(第1報図6)ことから、この差異の原因の一つとして、熱線プローブによる後流内での速度計測の精度の低下が挙げられる。

3.2 翼列下流での速度場・渦度場

図6には、Slot 1で計測した速度データから算出した翼列下流速度ベクトル及び渦度分布を示す。なお、この場合も図4と同様に翼列下流での時間平均速度ベクトルを差し引いている。速度ベクトルで特徴としては次の点が挙げられる。

- 1) 後流が弓状に大きく変形している
- 2) 後流内での速度は翼後流の背面側に向かう成分を有している (negative jet)
- 3) 後流の前後に一对の渦状構造が現れている
- 4) 翼後流背面側の近傍では流出流と反対方向に速度ベクトルが向いている

また、渦度分布からも後流の弓状の変形が確認できる。ここで、後流に付随する渦度分布の形状が、図1に示した計算結果と類似している点は興味深い。図1の分布を算出する際に使用した計算コードが非粘性コードであることから、翼列を通過していく後流の全体的な挙動は、翼のごく近傍を除き、翼列まわりの非粘性的な時間平均流で支配されていると考えてよいだろう。

3.3 後流の減衰挙動

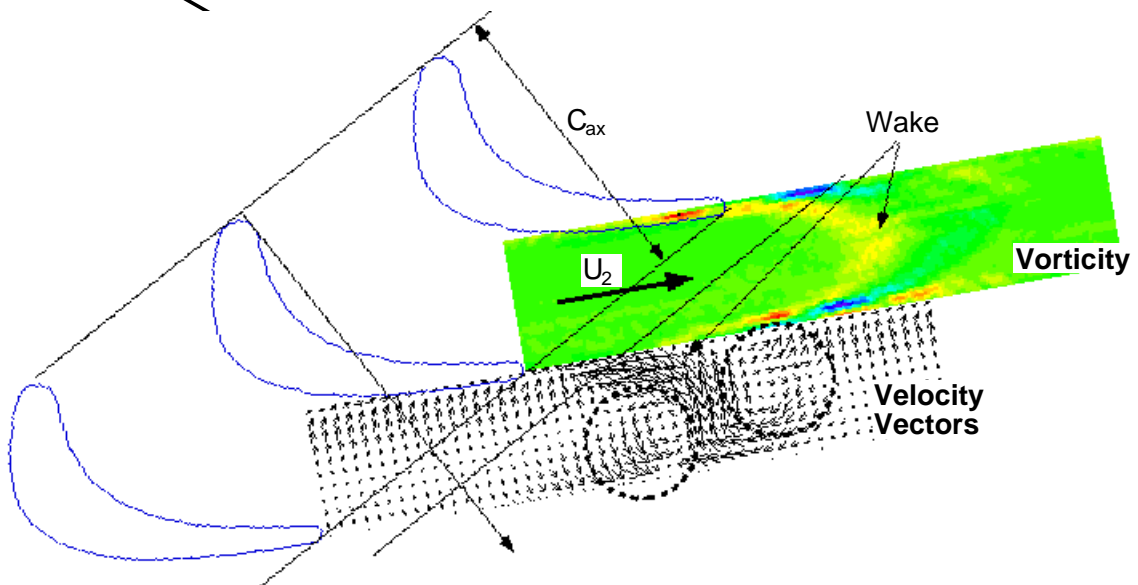


図6 翼列下流での速度ベクトル及び渦度 ($d=3$)

この節では、一様流中における後流の減衰挙動と翼列まわりの流れのような非一様流における減衰挙動との違いについて、計測データ及び相関式（例えば、第1報式(6)）を用いて検討する。この場合に、相関式で用いられている変数 L/d などは翼列流れの場合には適切ではなく、別の変数を導入する必要がある。ここでは、時間（ドリフト関数）を新たな変数として採用する。以下にその詳細を示す。

3.3.1 ドリフト関数の導入 L/d を次のように書き換える。

$$\frac{L}{d} = \frac{L/W_1}{d/W_1} \equiv \frac{T_{D,L}}{T_{D,d}} \quad (14)$$

ここで、 $T_{D,L}$ 、 $T_{D,d}$ は、距離 L 及び d を、速度 W_1 で移動するのに要する時間を表す。この結果は、後流の減衰を、円柱からの距離と代表長さ（円柱径）との比ではなく、流体粒子がある点まで移動するのにかかる時間と代表時間（円柱を通過する時間）の比で表し得ることを示している。これに類似の考え方は、離散渦法⁽⁹⁾などで既に用いられている。流体粒子が流線上を移動する時間は、前出の式(7)で与えたドリフト関数で算出することができる。そこで、ドリフト関数を用いて、後流特性の減衰に関する相関式の変形を試みる。まず、ドリフト関数を次のように書き直す。

$$T_D(s(x)) = \int_{s_0}^s \frac{ds'}{q(s')} = \int_{x_0}^x \frac{dx'}{U_x(x')} = \frac{C_x}{U_{x1}} \int_{x_0}^x \frac{dx'/C_x}{U_x(x')/U_{x1}} \equiv T_{D,C} \hat{T}_{D,x} \quad (15)$$

ここで、 $U(x')$ は局所軸流速度、 $\hat{T}_{D,x}$ は、軸コード長 C_x を入口軸流速度 U_{x1} で通過するのに要する時間 $T_{D,C}$ で無次元化したドリフト関数である。また、式(15)中に現れる積分の下限 x_0 は、後流を発生する円柱の位置とする。以上の関係を用いて、式(10)及び第1報式(6)は次のように書き直すことができる。

$$\omega_{1,\max} = \frac{4.653}{\sqrt{C_d}} \frac{W_1}{d} \left(\frac{T_{D,C}}{T_{D,d}} \hat{T}_{D,x} \right)^{-1.21} \quad (16)$$

$$\Delta w = 2.007 W_1 \left(\frac{T_{D,C}}{T_{D,d}} \hat{T}_{D,x} \right)^{-0.71} \quad (17)$$

図7は、slot 1における無次元ドリフト関数値の翼列ピッチ方向分布（図中では Y_2 方向）を示す。なお、円柱列から Slot 1 までの軸方向距離は $1.78 C_x$ であり、この間を一様流で移動する場合の無次元ドリフト関数値は1.78である。この図から、流体粒子が翼腹面近傍を移動するのに要する時間は、一様流と同程度または若干長い、翼背面側近傍の場合には、移動に要する時間は一様流よりも短いことがわかる。図7での結果及び式(16)、(17)から、円柱後流は、翼列1ピッチ間におけるドリフト関数値の違いにより、翼後流背面側よりも腹面側でより減衰が進行することが予想される。

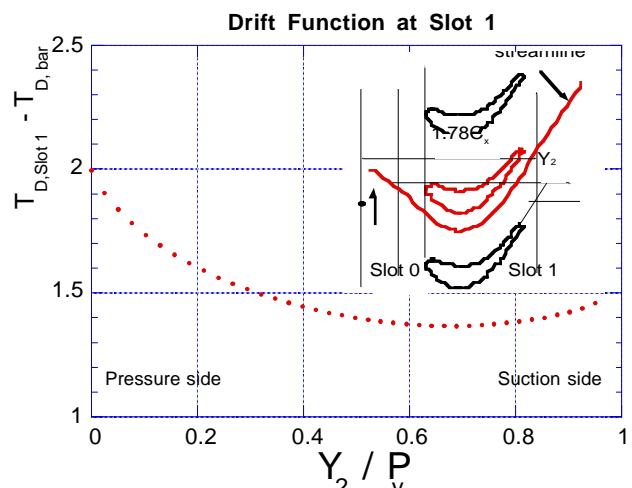
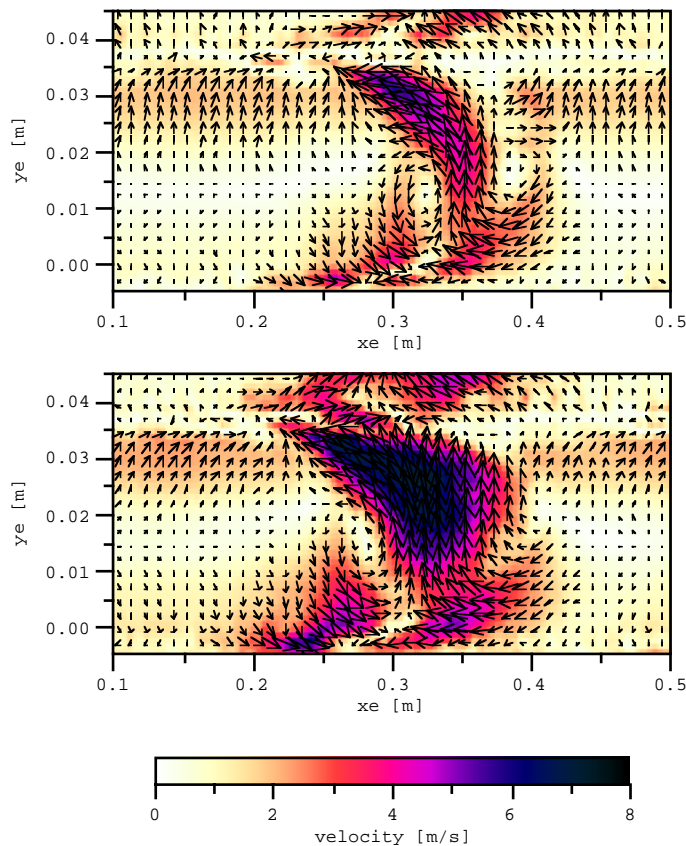


図7 Slot 1におけるドリフト関数値のピッチ方向変化

3.3.2 速度場における後流の減衰評価 図8に、円柱後流の影響を受ける翼列下流における速度ベクトル（時間平均速度ベクトルを差し引いたもの）及びその大きさのコンターを示す。ここで、図の横軸は流出方向への距離、縦軸はそれに直交する方向への距離である。また、この図には、式(17)で推定されるSlot 1における後流速度欠損の大きさと計測した速度ベクトルの大きさの比較も併記している（表中で $Y_2/P_v = 0$ での計測値がないのは、速度欠損の判別が困難であったためである）。なお、推定の際に用いた諸量は、 $W_1 = 76$ [m/s]、 $T_{D,C} = 3.68 \times 10^{-3}$ [s]、 $T_{D,d} = 3.95 \times 10^{-5}$ ($d = 3$ mm) または



d = 3 mm

Y_2/P_y	Corre.	Exp.
0.0	3.7	-
0.5	4.6	4.5
1.0	4.8	6

d = 5 mm

Y_2/P_y	Corre.	Exp.
0.0	5.4	-
0.5	6.6	6
1.0	6.9	7.5

図8 後流通過の影響を受ける翼列下流での速度ベクトルとその減衰状況の比較
(上) d = 3 mm (下) d = 5 mm

$=6.58 \times 10^{-3}$ ($d=5\text{mm}$) である。図8のベクトル図、コンター図や表から、後流の速度欠損は翼後流腹面でかなり減衰しているが、翼後流背面側に向かうにつれて速度欠損は次第に大きくなり、背面側の近傍では相関式で予測された値よりも大きな値を示すようになっている。ほぼ同様の現象が、Liu, Rodiによる詳細な翼列実験⁽¹⁰⁾においても確認されている。このような傾向は、図7で示したドリフト関数分布に関する議論での予測とある程度符合しているが、ドリフト関数だけでは評価できない後流内の相対運動 (negative jet) の影響も無視できない。特に、翼後流腹面側では、円柱後流の上下流に発生している渦対の影響を強く受けており、高運動量流体の巻き込みや翼間流路内を横断する方向への後流の移動等により後流減衰が見かけ上進んだものと思われる。

3.3.3 渦度場における後流減衰評価 図9に、翼列下流での計測した渦度の最大値と式(16)による推定値との比較を示す。この図から、計測値、推定値に共通した傾向として、使用した円柱径が大きいほど渦度の最大値は大きいこと、翼後流背面側 ($Y_2/P_y \cong 1$) に接近するにつれ最大渦度の値が増加すること、が確認できる。しかし、実験値は推定値よりもかなり大きな値を示しており、また、翼後流背面側でその値は急激に増加している。翼間流路内では、後流以外に起因する渦度の出現は無視できる程度と考えられることから、渦度という観点で後流の減衰を比較した場合、一樣流中よりも翼列を通過する場合の後流の減衰の方が遅い、とすることができる。

3.3.4 翼列を通過する後流の減衰特性 上述のLiu, Rodiによる翼列実験においては、翼間流路内で計測された円柱後流の速度欠損と翼列流入速度との比が、流れ方向にほぼ一定であったことも報告されている。この報告及び上での考察の結果から、翼列下流での流れ場では、上流側からの円柱後流の減衰は一樣流中と同程度もしくはより緩やかに発生していることがわかる。結果として、圧縮機翼列で見られたようなreversible wake recovery effect⁽¹¹⁾は確認できなかったことになる。もちろん、タービン翼列の場合は加速流中であるため、後流の減衰が緩やかであっても、局所平均速度との比は流れ方向に減少することになり、後流と主流との混合作用により発生する損失の大きさは、全体としては限定されたものになると考えられる。しかし、翼後流背面側では、速度欠損がかなり大きさを維持したままで翼列を通過しているため、これが、第1報で確認された背面側での相対的に高い損失係数を示す領域の発生につながったものと思われる。

4 結言

1. 上流側から流入する円柱後流は、翼列通過により弓形に変形に変形する。また、その変形状況は、後流が翼列間の時間平均流（ポテンシャル流）によって対流的に輸送されると仮定した手法によってある程度予測可能である。
2. 翼列を通過した円柱後流内の速度ベクトルは、相対的に翼後流背面側に向いている。また、後流をはさむように一对の渦構造が発生しており、これらはnegative jetの効果であると考えられる。
3. 円柱後流は、翼後流背面側の近傍においては、時間平均流の方向と対抗する方向に向くため、瞬間的にかかなりの減速状態を引き起こしている。これがよみ点圧損失係数の翼背面側への偏りの一因と考えられる。
4. 後流の減衰状況を、速度場及び渦度場で調べた。その結果、上流側からの後流は、一様流中にある場合と同程度または若干緩やかに減衰していることがわかった。即ち、圧縮機翼列において報告されていたreversible wake recovery effectは、今回使用したタービン翼列では確認できなかった。

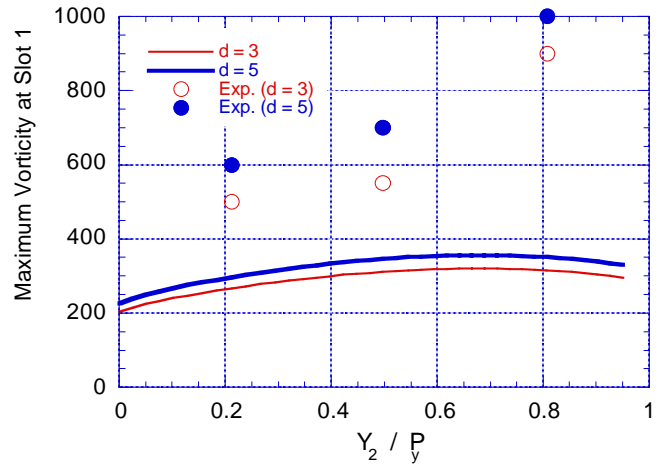


図9 渦度の最大値に関する計測値と推定値との比較 (Slot 1)

謝辞

本研究を遂行するに当たり、岩手大学渡邊喬教授よりご指導を賜った。また、試験装置製作に対して、岩手大学工学部工作センターの佐々木圭一氏よりご助力を賜った。ここに記し、感謝の意を表す。

参考文献

- (1) Fan, S. and Lakshminarayana, B., Computation and Simulation of Wake-Generated Unsteady Pressure and Boundary Layers in Cascades: Part 2 - Simulation of Unsteady Boundary Layer Flow Physics, Trans. ASME, J. Turbomachinety, 118, pp. 109-122, 1996
- (2) Rotor-Stator Interaction Analysis Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method, TRans. ASME, J. Turbomachinery, 118, pp. 679-689, 1996
- (3) Goldsteain, M.E. and Atassi, H., A Complete Second-Order Theory for the Unsteady Flow about an Airfoil due to a Periodic Gust, J. Fluid Mechanics, 74, pp. 741-765, 1976
- (4) 周期変動流れの渦度と翼列の定常負荷との干渉（タービン動翼列における渦度効果），日本機械学会論文 文集（B編），55巻510号，pp. 306-312，1989
- (5) Lighthill, M.J., Drift, J. Fluid Mechanics, 1, pp.
- (6) 西山，船崎，振幅の大きい周期的変動流におけるタービン動翼列の非定常応答，日本機械学会論文 集（B編），50巻454号，pp. 1476-1482, 1984
- (7) 船崎，山下，山脇，後流の影響を受ける非定常平板境界層に関する研究，日本ガスタービン学会誌，20-20，pp. 77-83，1993
- (8) 中村，乱流現象，朝倉書店，p. 100，1992
- (9) Lewis, R.I., Vortex Element Methods for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems, Cambridge, 1991
- (10) Liu, X. and Rodi, W., Measurement of Unsteady Flow and Heat Transfer in a Linear Turbine Cascade, ASME Paper 92-GT-323, 1992
- (11) Valkov, T.V. and Tan, C.S., Effect of Upstream Rotor Vortical Disturbances on the Time-Averaged Performance of Axial Compressor Stators: Part 1 - Framework of Technical Approach and Wake-Stator Blade Interactions, ASME Paper 98-GT-312, 1998